

ПОСТРОЕНИЕ МЕТОДА СОЗДАНИЯ ЕДИНОЙ СЕЛЕНОЦЕНТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ В СИСТЕМЕ ЦЕНТРА МАСС И ГЛАВНЫХ ОСЕЙ ИНЕРЦИИ ЛУНЫ НА ОСНОВЕ РАЗНОРОДНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

© Ю.А.Нефедьев, Н.Ю.Вараксина, М.В.Кутленков, К.О.Чуркин

Построение глобальной опорной сети на поверхности Луны является одной из важнейших задач современной селенодезии. В работе разработан метод создания единой селеноцентрической системы координат в системе центра масс и главных осей инерции Луны на основе объединения космических и наземных наблюдений.

Ключевые слова: глобальная опорная сеть, метод создания единой селеноцентрической системы, единая селеноцентрическая система, каталог КСК-1162.

Введение

В настоящее время Луна является объектом исследований многих космических экспериментов и центром пристального внимания ученых как в области астрономии, так и планетологии. Запуск американских научных спутников "CLEMENTINE" и "Lunar Prospector" стремительно и качественно изменил ситуацию в исследовании Луны [1; 2].

Развитие космических технологий предъявляет особые требования к результатам координатно-временного обеспечения, включающего реализацию систем отсчета, установление взаимной ориентации инерциальной и динамической систем координат, исследованию динамики и геометрии небесных тел. Это в полной мере касается динамических и геометрических параметров Луны, отнесенных к центру ее масс.

Для видимой стороны есть несколько координатных систем, среди которых наиболее информативен каталог 1162 объектов (КСК-1162) [3], построенный в Астрономической обсерватории им.В.П.Энгельгардта (АОЭ) по крупномасштабным снимкам Луны со звездами, и каталог 264 кратеров [4], основанный на этих же наблюдениях. Следует отметить также систему из 4900 кратеров, построенную в Киеве в Голосеевской обсерватории И.В.Гавриловым и др. [5]. В отличие от казанских каталогов, построенных в динамической системе координат, киевские получены в квазидинамической. Несмотря на то, что Луна исследуется космическими средствами, в настоящее время наземные наблюдения не утратили своей актуальности, поэтому оптимальным путем выполнения селенодезических исследований следует считать разумное сочетание космических и наземных методов наблюдений Луны [6].

При наличии базового селеноцентрического каталога координат опорных объектов на видимой стороне Луны КСК-1162 и ряда каталогов объектов

в либрационной зоне и на обратной стороне Луны в разнородных системах построение единой системы координат с центром и осями, совпадающими с центром масс Луны и главными осями, совпадающими с центром масс Луны и главными осями ее инерции, включает следующие этапы:

- исследование ошибок каталога КСК-1162;
- сгущение и расширение системы каталога КСК-1162 на видимую, обратную стороны Луны и либрационную зону.

Описание КСК-1162

Опорная селенодезическая сеть КСК-1162 на поверхности Луны была создана на основе крупномасштабных снимков Луны со звездами, полученных не имеющим аналогов в мировой практике уникальным методом отдельных пластинок [7]. В отличие от методов обработки снимков Луны без звезд, в случае привязки к звездам мы имеем абсолютное определение ориентации, нуля-пункта системы координат и ее масштаба. При выборе лунных кратеров, входящих в опорную сеть КСК-1162, использовались следующие критерии: рассматривались кратеры правильной округлой формы; кратеры должны были иметь небольшие размеры; выбранные объекты должны были хорошо наблюдаемыми; кратеры сети в основном должны были входить в списки объектов других известных селенодезических каталогов и удовлетворять рекомендациям МАС.

Искомые параметры находились из 2m уравнений поправок вида:

$$\mathbf{A} \times \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Z},$$

где $\mathbf{A}(A_{ij})$ – структурированная матрица, $\boldsymbol{\theta}(\Delta \xi, \Delta \eta, \Delta \zeta)$ – вектор-столбец искомых параметров, $\mathbf{Z}(\Delta X, \Delta Y)$ – вектор – столбец наблюдений, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор – столбец случайных ошибок наблюдений.

Решение относительно искомым параметров $\hat{\theta}(\Delta\hat{\xi}, \Delta\hat{\eta}, \Delta\hat{\zeta})$ будет: $\hat{\theta}=(A^T P A)^{-1} (A^T P Z)$, а их ошибки определяются ковариационной матрицей $D(\hat{\theta})=\frac{V^T P V}{2m-3} (A^T P A)^{-1}$, где V – вектор остаточных уклонений.

Анализ каталога КСК-1162 показал, что он наиболее полно удовлетворяет следующим требованиям: включает достаточное количество опорных точек для обеспечения возможности исследования фигуры Луны и осуществления точной привязки к ним; содержит объекты с координатами, отнесенными к эфемеридному центру масс Луны, а также покрывающими достаточно большую область поверхности Луны; точность представленных точек достигает ± 40 метров в плановых координатах и до ± 80 метров по высоте.

К вопросу переопределения координат селеноцентрического каталога КСК-1162

При построении опорной сети КСК-1162 использованы алгоритмы [7; 8], разработанные для привязки лунной и звездной пластинок. По меньшей мере, две из рассматриваемых при этом задач метода наименьших квадратов (МНК) могут быть на сегодняшний день решены точнее. В связи с тем что переобработка базового каталога потребует громоздких перевычислений, следует исследовать и численно оценить, насколько это будет целесообразно. При решении стандартной задачи определения постоянных звездной пластинки использовался метод шести постоянных (метод Тернера). Рассмотрим три возможные модификации этого способа, основанные на регрессионном моделировании [9].

Метод полного перебора структур. Вместо полиномиального разложения стандартных координат звезд X и Y первой степени по измеренным координатам звезд x и y можно использовать полиномы второй и третьей степеней. Полным перебором структур под условием минимума "внешней" среднеквадратической ошибки (СКО) σ_{Δ} определяется оптимальная структура модели трансформации по каждой координате. Такая модель "плавающей" структуры для каждой пластинки обеспечивает повышение точности определения координат меток и, соответственно, объектов каталога от нескольких десятков процентов и выше.

Метод ортогонализации для двумерного случая. Задача трансформации координат рассматривается как задача Тернера с дополнительным условием ортогональности перехода из системы измеренных координат в стандартную, что является адаптацией к нарушению условия МНК о независимости измеренных координат x и y .

Метод учета взаимозависимости стандартных координат X и Y (решение системы одновременных уравнений – COY). В этом случае устраняется влияние взаимозависимости между стандартными координатами X и Y . При ее обнаружении одна из координат поступает в правую часть полинома по другой координате – с коэффициентом, подлежащим оцениванию.

Вторая задача МНК решается для системы в [10]

$$A\theta + \varepsilon = Z, \quad (1)$$

где $A=\{A_{ij}\}_m$ – ранее вычисленная матрица преобразования координат для каждой m -ой пластинки, $\theta=(\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta\zeta)_K^T$ – вектор оцениваемых поправок к принятым значениям координат кратеров (объектов каталога), $Z=(\Delta X \Delta Y)_K^T$ – вектор наблюдений.

Если первая задача нацелена на прогнозирование, то выражение (1) используется только для получения оценок $\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta\zeta$, что приводит к необходимости проверки условий применения МНК – диагностики условий регрессионного анализа (РА) – МНК [9]. При их выполнении можно констатировать, что найденные оценки являются наилучшими линейными оценками в пределах возможностей использованного объема наблюдений.

Приведение селенодезических каталогов в систему каталога КСК-1162

При сгущении и распространении селеноцентрического каталога на видимую и обратную сторону Луны, а также на ее либрационную зону необходимо с высокой точностью решить задачу определения элементов матриц перехода между базовой КСК-1162, промежуточными системами и редуцируемым каталогом.

Обычно при преобразовании координат из одной прямоугольной системы (X) в другую (Y) используется модель аффинного преобразования

$$X=AY+X_0, \quad (2)$$

где $X=(X_1 X_2 X_3)^T, Y=(Y_1 Y_2 Y_3)^T$ – векторы координат в системах M_x и M_y , $A=\{A_{ij}\}$ – матрица ориентации, $X_0=(X_{01} X_{02} X_{03})^T$ – вектор смещения центра системы M_x относительно M_y . Для определения по общим объектам элементов a_{ij} и смещения используется МНК, применяемый к каждой из трех подсистем уравнений по отдельности или к совместной системе.

Преобразование (2) не всегда обеспечивает удовлетворительную точность. Из-за ошибок координат в системах M_x и M_y и возможной взаимозависимости оценок a_{ij} матрица A может не удовлетворять условиям ортогонального перехода из M_y в M_x :

$$A^T A = E, \det A = 1, \quad (3)$$

где E – единичная матрица.

В связи с этим моделью, конкурирующей с моделью (2) и возможными другими, является выражение (2), рассматриваемое совместно с условиями (3). В рамках теории условной оптими-

зации параметры этой модели могут быть оценены путем аналитического или численного решения задачи поиска минимума (абсолютного или относительного) квадратичной формы $S = \varepsilon^T \varepsilon$ с нелинейными ограничениями в виде равенств $\min \varepsilon^T \varepsilon, A^T A = E, \det A = 1, A, X_0 \in G, \quad (4)$

где ε – вектор ошибок для модели (2), $\varepsilon^T \varepsilon = \sum_{1 \leq j \leq n} \sum_{1 \leq j \leq 3} \varepsilon_{ij}^2$, n – количество объектов; G

– допустимая область.

Выбор метода трансформации координат должен быть осуществлен в результате тщательных исследований сравнительной эффективности следующих подходов: аффинного преобразования, оптимальной полиномиальной аппроксимации, ортогонального преобразования без и с учетом систематических ошибок, решения системы одновременных уравнений и др.

1. Труды международной конференции "Околоселенная Астрономия – 2005". – 2006. – С.366-373.
2. N. 35th COSPAR Scientific Assembly. Held 18 – 25 July 2004, in Paris, France. –2004. – P.3305.
3. Теория и практика покрытий звезд Луной. – Казань, 2003.
4. Earth, Moon and Planets. – 1984. – Vol.30. – №1. – P.1-19.
5. Сводная система селенодезических координат 4900 точек лунной поверхности. – Киев, 1977.
6. Современная астрометрия. – Фрязино, 2004.
7. Moon. – 1974. – Vol.11. – №1. – P.125-136.
8. Труды Казанской Гор. АО КГУ. – 1973. – №39. – С.156-175.
9. Регрессионное моделирование при обработке наблюдений. – М.: Наука, 1991.
10. Труды КГАО. – 1985. – №49. – С.80-110.

WORKING OUT OF THE CONSTRUCTION METHOD OF THE UNITED SELENOCENTRICAL SYSTEM OF COORDINATES IN THE CENTRE-OF-MASS SYSTEM AND THE MAIN AXES OF THE MOON INERTIA ON THE BASIS OF HETEROGENEOUS OBSERVATIONS

Yu.A.Nefedjev, N.Yu.Varaksina, M.V.Kutlenkov, K.O.Chyrkin

Setting up the global support system on the Moon surface is one of the most important problems in modern selenodesia. This article deals with the method of setting up of the united selenocentric system of coordinates in the system of the mass centre and main axes of the Moon inertia on the bases of the united cosmic and earth observations.

Key words: global support system, method of setting up of the united selenocentric system, support selenocentric system, catalogue KSK-1162.

Нефедьев Юрий Анатольевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета.

E-mail: ff@tggpu.ru

Вараксина Наталья Юрьевна – аспирант кафедры теоретической физики Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета.

E-mail: ff@tggpu.ru

Кутленков Михаил Вячеславович – аспирант кафедры теоретической физики Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета.

E-mail: ff@tggpu.ru

Чуркин Константин Олегович – аспирант кафедры теоретической физики Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета.

E-mail: ff@tggpu.ru