Н.В.Чепанова

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ-ГУРСА ДЛЯ ОДНОГО ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ БЕССЕЛЯ

Пусть E_2^{++} – первая четверть x>0, y>0 координатной плоскости Oxy. Рассмотрим в E_2^{++} вырождающееся гиперболическое уравнение

$$x^m \frac{\partial}{\partial x}\left(x^m \frac{\partial u}{\partial x}\right) - B_y u = 0, \quad m > 1, \tag{1}$$

где $B_y = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{k}{y}\frac{\partial}{\partial y}$ – оператор Бесселя, $k > 1$.

Обозначим через D область в E_2^{++}, ограниченную осями Ox и Oy и характеристикой S: $\frac{x^{1-m}}{1-m} + y = a$ уравнения (1).

1. Постановка задачи. Теорема единственности

Рассмотрим задачу Коши-Гурса: найти решение уравнения (1) в области D, удовлетворяющее граничным условиям

$$u\big|_s = \varphi(x), \quad \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = 0. \tag{2}$$

Теорема. Задача Коши-Гурса (1),(2) не может иметь более одного решения.

Доказательство. Пусть u_1 и u_2 – два предполагаемых решения задачи (1),(2). Тогда их разность $w = u_1 - u_2$ является решением уравнения (1) и удовлетворяет нулевым граничным условиям

$$w\big|_s = 0, \quad \left.\frac{\partial w}{\partial y}\right|_{y=0} = 0. \tag{3}$$

Пусть $M(x_0, y_0)$ – произвольная точка области D. Проведем через эту точку характеристики S_1: $\frac{x^{1-m}}{1-m} + y = \frac{x_0^{1-m}}{1-m} + y_0$ и S_2:

$\frac{x^{1-m}}{1-m} - y = \frac{x_0^{1-m}}{1-m} - y_0$. Обозначим через D^* характеристическую область $ABCMA$ (рис.1).

Непосредственным вычислением можно убедиться, что имеет место тождество

$$y^k \frac{\partial w}{\partial x}\left(x^m \frac{\partial}{\partial x}\left(x^m \frac{\partial w}{\partial x}\right) - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{k}{y}\frac{\partial w}{\partial y}\right) = \tag{4}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right) + \frac{1}{2} y^k \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(x^m \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right] = 0$$

.

Интегрируя это тождество по области D^*, и используя формулу Грина, получаем

$$\iint_{D^*} \left\{ -\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\right) + \frac{1}{2} y^k \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(x^m \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right] \right\} dxdy = \tag{5}$$

$$= \int_{AB+BC+CM+MA} y^k \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y} dx + \frac{1}{2} y^k \left[\left(x^m \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right] dy = 0.$$

Дифференцируя первое условие из (3) по x, получаем

$$\left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_S + \left.\frac{\partial w}{\partial y}\frac{dy}{dx}\right|_S = \left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_S - x^{-m}\left.\frac{\partial w}{\partial y}\right|_S = 0.$$

Или

$$x^m \left.\frac{\partial w}{\partial x}\right|_{BC} - \left.\frac{\partial w}{\partial y}\right|_{BC} = 0. \tag{6}$$

На отрезке AB $\frac{\partial w}{\partial y} = 0$. На характеристиках BC и MA: $x^m dy = -dx$; на CM : $x^m dy = dx$.

Поэтому равенство (5) можно переписать в виде

$$\int_{BC+MA} \left[-2y^k x^m \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y} + y^k \left(x^m \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + y^k \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right] dy +$$

$$+ \int_{CM} \left[2y^k x^m \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y} + y^k \left(x^m \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + y^k \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right] dy = 0.$$

Или

$$\int\limits_{BC+MA}\left(x^m\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 y^k dy+\int\limits_{CM}\left(x^m\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 y^k dy=0. \qquad (7)$$

В силу (6) имеем

$$\int\limits_{BC}\left(x^m\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 y^k dy=0.$$

Отсюда из (7) следует, что

$$\int\limits_{MA}\left(x^m\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 y^k dy+\int\limits_{CM}\left(x^m\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 y^k dy=0.$$

Таким образом, $x^m\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial w}{\partial y}=0$ на *MA* и $x^m\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial y}=0$ на *CM*. А, следовательно, в точке M имеют место равенства

$$x^m\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial w}{\partial y}=0,\ x^m\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial y}=0,$$

т.е. $x^m\frac{\partial w}{\partial x}=0$, $\frac{\partial w}{\partial y}=0$. Откуда следует, что

$$\frac{\partial w}{\partial x}=0,\ \frac{\partial w}{\partial y}=0. \qquad (8)$$

Так как точка $M(x_0, y_0)$ была выбрана произвольно, то равенства (8) имеют место во всех точках области D^*. Это означает, что $w=const$. Но в силу первого условия из (3) имеем, что $w=0$ в *D*. Тем самым доказана единственность решения задачи (1),(2).

2. Решение задачи Коши-Гурса

Запишем уравнение (1) в виде

$$L(u)=x^m\frac{\partial}{\partial x}\left(x^m\frac{\partial u}{\partial x}\right)-y^{-k}\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k\frac{\partial u}{\partial y}\right)=0.$$

Умножая это уравнение на $y^k x^{-m}$, получаем

$$T(u)=y^k x^{-m}L(u)=\frac{\partial}{\partial x}\left(y^k x^m\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k x^{-m}\frac{\partial u}{\partial y}\right)=0. \qquad (9)$$

Оператор $T(u)$ является самосопряженным оператором. Заменяя в уравнении (9) *u* на *v,* получаем

$$T(v)=y^k x^{-m}L(v)=\frac{\partial}{\partial x}\left(y^k x^m\frac{\partial v}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k x^{-m}\frac{\partial v}{\partial y}\right)=0. \qquad (10)$$

Умножая уравнение (9) на функцию v, а уравнение (10) на u, запишем их в следующем виде

$$vT(u)=y^k x^{-m} vL(u)=\frac{\partial}{\partial x}\left(y^k x^m v\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k x^{-m} v\frac{\partial u}{\partial y}\right)-$$
$$-y^k x^m\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}+y^k x^{-m}\frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial y}, \tag{11}$$

$$uT(v)=y^k x^{-m} uL(v)=\frac{\partial}{\partial x}\left(y^k x^m u\frac{\partial v}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k x^{-m} u\frac{\partial v}{\partial y}\right)-$$
$$-y^k x^m\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial x}+y^k x^{-m}\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y}. \tag{12}$$

Вычитая (12) из (11), получаем

$$y^k x^{-m}\left[vL(u)-uL(v)\right]=$$
$$=\frac{\partial}{\partial x}\left[y^k x^m v\frac{\partial u}{\partial x}-y^k x^m u\frac{\partial v}{\partial x}\right]-\frac{\partial}{\partial y}\left[y^k x^{-m} v\frac{\partial u}{\partial y}-y^k x^{-m} u\frac{\partial v}{\partial y}\right]. \tag{13}$$

Пусть $M(x_0,y_0)$ – произвольная точка области D. Проведем через точку M две характеристики S_1: $\frac{x^{1-m}}{1-m}+y=\frac{x_0^{1-m}}{1-m}+y_0$ и S_2: $\frac{x^{1-m}}{1-m}-y=\frac{x_0^{1-m}}{1-m}-y_0$. Обозначим через D^* характеристическую область AB-CMA, ограниченную отрезком AB оси Ох и характеристиками BC, CM и AM (рис.1).

Интегрируя тождество (13) по области D^* и используя формулу Грина, получим

$$\iint\limits_{D^*}\left[vL(u)-uL(v)\right]y^k x^{-m}dxdy=$$
$$=\int\limits_{AB+BC+CM+MA}\left[y^k x^{-m} v\frac{\partial u}{\partial y}-y^k x^{-m} u\frac{\partial v}{\partial y}\right]dx+$$
$$+\left[y^k x^m v\frac{\partial u}{\partial x}-y^k x^m u\frac{\partial v}{\partial x}\right]dy. \tag{14}$$

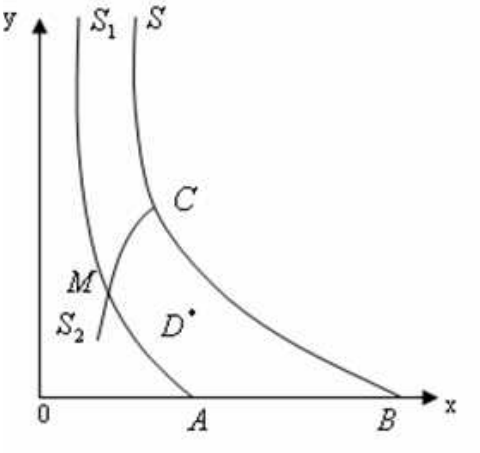

Рис.1

Так как вдоль AB меняется только x и $y^k = 0$, то при интегрировании по AB, учитывая второе условие из (2), имеем

$$\int_{AB}\left[v\frac{\partial u}{\partial y} - u\frac{\partial v}{\partial y}\right]y^k x^{-m}dx = 0. \qquad (15)$$

Интегрируя по BC, примем во внимание, что $x^m dy = -dx$:

$$\int_{BC}\left[y^k x^{-m} v\frac{\partial u}{\partial y} - y^k x^{-m} u\frac{\partial v}{\partial y}\right]dx + \left[y^k x^m v\frac{\partial u}{\partial x} - y^k x^m u\frac{\partial v}{\partial x}\right]dy = \qquad (16)$$

$$= \int_B^C\left[-y^k v\frac{\partial u}{\partial y} + y^k u\frac{\partial v}{\partial y}\right]dy + \left[-y^k v\frac{\partial u}{\partial x} + y^k u\frac{\partial v}{\partial x}\right]dx =$$

$$= \int_B^C\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k uv\right) - 2y^k v\frac{\partial u}{\partial y} - ky^{k-1}uv\right]dy + \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(y^k uv\right) - 2y^k v\frac{\partial u}{\partial x}\right]dx =$$

$$= \int_B^C d\left(y^k uv\right) - \int_B^C\left[2y^k v\frac{\partial u}{\partial y} + ky^{k-1}uv\right]dy + 2y^k v\frac{\partial u}{\partial x}dx =$$

$$= \left(y^k uv\right)_C - \left(y^k uv\right)_B + 2\int_B^C\left[x^m\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\frac{k}{2}}{y}u\right]y^k v\,dy.$$

Интегрируя по CM, будем учитывать, что $x^m dy = dx$:

$$\int_{CM}\left[y^k x^{-m} v\frac{\partial u}{\partial y} - y^k x^{-m} u\frac{\partial v}{\partial y}\right]dx + \left[y^k x^m v\frac{\partial u}{\partial x} - y^k x^m u\frac{\partial v}{\partial x}\right]dy = \qquad (17)$$

$$= \int_C^M\left[y^k v\frac{\partial u}{\partial y} - y^k u\frac{\partial v}{\partial y}\right]dy + \left[y^k v\frac{\partial u}{\partial x} - y^k u\frac{\partial v}{\partial x}\right]dx =$$

$$=\int_C^M\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k uv\right)-2y^k u\frac{\partial v}{\partial y}-ky^{k-1}uv\right]dy+\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(y^k uv\right)-2y^k u\frac{\partial v}{\partial x}\right]dx=$$

$$=\left(y^k uv\right)_M-\left(y^k uv\right)_C-2\int_C^M\left[x^m\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\frac{k}{2}}{y}v\right]y^k u dy.$$

И, наконец, $x^m dy=-dx$ на характеристике MA:

$$\int_{MA}\left[y^k x^{-m}v\frac{\partial u}{\partial y}-y^k x^{-m}u\frac{\partial v}{\partial y}\right]dx+\left[y^k x^m v\frac{\partial u}{\partial x}-y^k x^m u\frac{\partial v}{\partial x}\right]dy=$$

$$=\int_M^A\left[-y^k v\frac{\partial u}{\partial y}+y^k u\frac{\partial v}{\partial y}\right]dy+\left[-y^k v\frac{\partial u}{\partial x}+y^k u\frac{\partial v}{\partial x}\right]dx=$$

$$=\int_M^A\left[-\frac{\partial}{\partial y}\left(y^k uv\right)+2y^k u\frac{\partial v}{\partial y}+ky^{k-1}uv\right]dy+\left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(y^k uv\right)+2y^k u\frac{\partial v}{\partial x}\right]dx= \tag{18}$$

$$=-\left(y^k uv\right)_A+\left(y^k uv\right)_M-2\int_M^A\left[x^m\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\frac{k}{2}}{y}v\right]y^k u dy.$$

Теперь, подставляя (15)-(18) в формулу (14), получаем

$$\iint_{D^*}\left[vL(u)-uL(v)\right]y^k x^{-m}dxdy=2\left(y^k uv\right)_M+2\int_B^C\left[x^m\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\frac{k}{2}}{y}u\right]y^k v dy-$$

$$-2\int_C^M\left[x^m\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\frac{k}{2}}{y}v\right]y^k u dy-2\int_M^A\left[x^m\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\frac{k}{2}}{y}v\right]y^k u dy. \tag{19}$$

Считая u – решением задачи (1),(2), а v – каким-нибудь решением сопряженного уравнения (10), перепишем формулу (19) в виде

$$\left(y^k uv\right)_M=-\int_B^C\left[x^m\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\frac{k}{2}}{y}u\right]y^k v dy+$$

$$+\int_C^M\left[x^m\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\frac{k}{2}}{y}v\right]y^k u dy+\int_M^A\left[x^m\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\frac{k}{2}}{y}v\right]y^k u dy. \tag{20}$$

Уравнение (1) в характеристических координатах

$$\xi = \frac{x^{1-m}}{1-m} - y, \quad \eta = \frac{x^{1-m}}{1-m} + y \tag{21}$$

имеет вид

$$\varepsilon(u) = \frac{\partial^2 u}{\partial\xi\partial\eta} - \frac{\frac{k}{2}}{\eta-\xi}\left(\frac{\partial u}{\partial\eta} - \frac{\partial u}{\partial\xi}\right) = 0. \tag{22}$$

Воспользуемся при решении задачи Коши-Гурса функцией Римана-Адамара, которая, как известно [1], для уравнения (22) имеет вид

$$v(\xi,\eta;\xi_0,\eta_0) = \begin{cases} v_1 = \left(\frac{\eta-\xi}{\eta_0-\xi_0}\right)^{\frac{k}{2}} F\left(\frac{k}{2}, 1-\frac{k}{2} 1; \sigma\right), \eta \ge \xi_0, \\ v_2 = \frac{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right) F\left(\frac{k}{2}, \frac{k}{2}, k, \frac{1}{\sigma}\right)}{\Gamma\left(1-\frac{k}{2}\right)\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \frac{(\eta-\xi)^k}{(\xi_0-\xi)^{k/2}(\eta_0-\eta)^{k/2}}, \eta \le \xi_0, \end{cases} \tag{23}$$

где F – гипергеометрическая функция и $\sigma = \frac{(\xi_0-\xi)(\eta_0-\eta)}{(\eta-\xi)(\eta_0-\xi_0)}$ и удовлетворяет следующим условиям:

1) как функция от (ξ,η) она удовлетворяет сопряженному к (22) уравнению $\varepsilon^*(v) = 0$;

2) как функция от (ξ_0,η_0) она удовлетворяет уравнению (22);

3) $v(\xi_0,\eta_0;\xi_0,\eta_0) = 1$;

4) $v(\xi,\xi;\xi_0,\eta_0) = 0$;

5) $\frac{\partial(v_1-v_2)}{\partial\xi} + \frac{k}{2}\frac{v_1-v_2}{\eta-\xi} = 0$ при $\eta = \xi_0$.

Используя формулу (23) и условия 1)-5), нетрудно получить следующие условия, которым должна удовлетворять функция Римана-Адамара:

$$\frac{\partial v}{\partial\eta} - \frac{\frac{k}{2}}{\eta-\xi}v = 0 \quad \text{на характеристике } \xi = \xi_0; \tag{24}$$

$$\frac{\partial v}{\partial\xi} + \frac{\frac{k}{2}}{\eta-\xi}v = 0 \quad \text{на характеристике } \eta = \eta_0.$$

Возвращаясь к старым переменным *x,y,* условия (24) и 3) для функции Римана-Адамара запишутся в виде

1. $x^m \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\frac{k}{2}}{y} v = 0$ на характеристике *CM*. (25)

2. $x^m \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\frac{k}{2}}{y} v = 0$ на характеристике *MA*. (26)

3. $v = 1$ в точке *M*. (27)

В формуле (23) нас интересует вид функции Римана-Адамара при $\eta \geq \xi_0$, т.е. $v_1(\xi, \eta; \xi_0, \eta_0)$. Тогда, переходя от переменных ξ, η к переменным *x,y*, запишем эту функцию в виде

$$v_1(x, y; x_0, y_0) = \left(\frac{y}{y_0}\right)^{\frac{k}{2}} F\left(\frac{k}{2}, 1 - \frac{k}{2}, 1; \sigma\right), \tag{28}$$

где

$$\sigma = \frac{\left(\frac{x_0^{1-m}}{1-m} - y_0 - \frac{x^{1-m}}{1-m} + y\right)\left(\frac{x_0^{1-m}}{1-m} + y_0 - \frac{x^{1-m}}{1-m} - y\right)}{4yy_0}. \tag{29}$$

Учитывая условия (25)-(27), из формулы (20) получим

$$(y^k u)_M = -\int_B^C \left[x^m \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\frac{k}{2}}{y} u\right] y^k v dy + \tag{30}$$

$$+ \int_C^M \left[x^m \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\frac{k}{2}}{y} v\right] y^k u dy + \int_M^A \left[x^m \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\frac{k}{2}}{y} v\right] y^k u dy =$$

$$= -\int_B^C \left[x^m \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\frac{k}{2}}{y} u\right] y^k v dy + \int_C^M k y^{k-1} u v dy - \int_M^A k y^{k-1} u v dy.$$

Так как $x^m dy = dx$ на *CM* и $x^m dy = -dx$ на *BC* и *MA*, то формула (30) может быть переписана в следующем виде

$$(y^k u)_M = \int_B^C \left[x^m \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\frac{k}{2}}{y} u\right] y^k x^{-m} v dx +$$

$$+\int_C^M ky^{k-1}x^{-m}uv\,dx+\int_M^A ky^{k-1}x^{-m}uv\,dx=\int_B^C\left[x^m\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\frac{k}{2}}{y}u\right]y^k x^{-m}v\,dx+$$

$$+\left(\int_B^C ky^{k-1}x^{-m}uv\,dx+\int_C^M ky^{k-1}x^{-m}uv\,dx+\int_M^A ky^{k-1}x^{-m}uv\,dx\right)-\int_B^C ky^{k-1}x^{-m}uv\,dx=$$

$$=\int_B^C\left[x^m\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\frac{3k}{2}}{y}u\right]y^k x^{-m}v\,dx-\int_A^B ky^{k-1}x^{-m}uv\,dx.$$

По условию задачи мы рассматриваем значения $k>1$. При данных значениях k: $y^{k-1}=0$, а следовательно, $\int_A^B ky^{k-1}x^{-m}uv\,dx=0$. И в результате имеем

$$y_0^k u(x_0,y_0)=\int_B^C\left[x^m\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\frac{3k}{2}}{y}u\right]y^k x^{-m}v\,dx. \quad (31)$$

Подставляя (28) и первое граничное условие из (2) в формулу (31), получим

$$y_0^k u(x_0,y_0)=\int_B^C\left[\varphi'(x)-\frac{3k}{2y}x^{-m}\varphi(x)\right]y^{\frac{3k}{2}}y_0^{-\frac{k}{2}}F\left(\frac{k}{2},1-\frac{k}{2},1;\sigma\right)dx$$

или

$$u(x_0,y_0)=y_0^{-\frac{3k}{2}}\int_{((1-m)a)^{\frac{1}{1-m}}}^{\left((1-m)\left(\frac{a-y_0}{2}-\frac{x_0^{1-m}}{2-2m}\right)\right)^{\frac{1}{1-m}}}\left[\varphi'(x)-\frac{3k}{2\left(a-\frac{x^{1-m}}{1-m}\right)x^m}\varphi(x)\right]\times$$

$$\times\left(a-\frac{x^{1-m}}{1-m}\right)^{\frac{3k}{2}}F\left(\frac{k}{2},1-\frac{k}{2},1;\sigma\right)dx. \quad (32)$$

Откуда выписываем окончательный вид решения задачи (1),(2):

$$u(x,y)=y^{-3\beta}\int_{\tilde a}^{\psi(x,y)}\left[\varphi'(t)-\frac{3\beta(1-m)}{t\left[(1-m)at^{m-1}-1\right]}\varphi(t)\right]\times \quad (33)$$

$$\times\left(\frac{a(1-m)-t^{1-m}}{1-m}\right)^{3\beta} F(\beta,1-\beta,1;\sigma)dt,$$

где $\beta=\frac{k}{2}$, $\tilde{a}=((1-m)a)^{\frac{1}{1-m}}$, $\psi(x,y)=\left((1-m)\left(\frac{a-y}{2}-\frac{x^{1-m}}{2-2m}\right)\right)^{\frac{1}{1-m}}$,

$$\sigma=\frac{\left(\frac{x^{1-m}}{1-m}-y-2\frac{t^{1-m}}{1-m}+a\right)\left(\frac{x^{1-m}}{1-m}+y-a\right)}{4\left(a-\frac{t^{1-m}}{1-m}\right)y}.$$

Функция *u*, определяемая формулой (33), представляет собой решение задачи Коши-Гурса (1),(2), если непрерывна функция $\varphi(x)$ вместе со своими производными до третьего порядка включительно.

Литература

[1] Смирнов М.М. Вырождающиеся эллиптические и гиперболические уравнения. М. 1966.