УДК 517.956

B-СФЕРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ПРИМЕНЕНИЕ ИХ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ

© А.Р.Галимова

В данной работе вводятся понятия B-сферических функций, изучаются их свойства и, в частности, ортогональность. Дается разложение функции, заданной на полусфере единичного радиуса с центром в начале координат, в ряд по B-сферическим функциям. Также рассматриваются вопросы о применении теории B-сферических функций к решению задач Дирихле и Неймана для B-гармонических функций в полушаре.

Ключевые слова: B-сферические функции, задачи Дирихле и Неймана, B-гармонические функции

Пусть E_3^+ – полупространство $x_3 > 0$ трехмерного евклидова пространства E_3 точек $x = x', x_3$, $x' = x_1, x_2$.

Рассмотрим B-эллиптическое уравнение вида [1] в E_3^+:

$$\Delta_B u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + B_{x_3} u = 0, \qquad (0.1)$$

где $B_{x_3} = \dfrac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \dfrac{k}{x_3}\dfrac{\partial}{\partial x_3}$ – оператор Бесселя, $k > 0$.

В §1 вводятся понятия B-сферических функций, изучаются их свойства и, в частности, ортогональность. Дается разложение функции, заданной на полусфере единичного радиуса с центром в начале координат, в ряд по B-сферическим функциям. В §2 рассматриваются вопросы о применении теории В-сферических функций к решению задач Дирихле и Неймана для уравнения (0.1) в полушаре $Q_R^+ = x \in E_3^+ : |x| < R$.

§1. B-сферические функции

1.1. Оператор Δ_B в сферических координатах

Рассмотрим сферические координаты r, θ, φ, связанные с декартовыми координатами x_1, x_2, x_3 по формулам

$$\begin{cases} x_1 = r\sin\theta\cos\varphi, \\ x_2 = r\sin\theta\sin\varphi, \\ x_3 = r\cos\theta, \end{cases} \qquad (1.1)$$

где $r = |x|$, θ – угол между вектором x и осью x_3, а φ – угол между вектором x и осью x_1. Оператор Δ_B в сферических координатах имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta_B u = \Bigg\{ & \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{k+2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \\ & + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) - \right. \\ & \left. - k\operatorname{tg}\theta\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]\Bigg\} u = \\ & = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{k+2}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\Delta_{B\alpha} u, \end{aligned} \qquad (1.2)$$

где $\Delta_{B\alpha}$ – составляющая оператора Δ_B по угловым координатам, $\alpha = \theta, \varphi$.

Оператор $\Delta_{B\alpha}$ – самосопряженный. Доказательство этого утверждения нетрудно получить из следующей формулы Грина:

$$\iiint\limits_{D^+} v\Delta_B u - u\Delta_B v \;\; x_3^k dx = \iint\limits_{\Gamma^+}\left(v\frac{\partial u}{\partial n} - u\frac{\partial v}{\partial n}\right) x_3^k d\Gamma^+, \qquad (1.3)$$

где D^+ – область в E_3^+, ограниченная частью Γ_0 плоскости $x_3 = 0$ и поверхностью Γ^+, n – внешняя нормаль к границе Γ^+. Применяя к функциям $\psi_1\ \theta,\varphi = \psi_1\left(\dfrac{x}{|x|}\right)$ и $\psi_2\ \theta,\varphi = \psi_2\left(\dfrac{x}{|x|}\right)$, заданным в полушаровом слое $Q_{a,b}^+ = x \in E_3^+ : a \le r \le b$, формулу Грина (1.3), получим

$$\begin{aligned} & \iiint\limits_{Q_{a,b}^+} \psi_1\Delta_B\psi_2 - \psi_2\Delta_B\psi_1 \;\; x_3^k dx = \\ & = \iint\limits_{S_b^+}\left(\psi_1\frac{\partial\psi_2}{\partial r} - \psi_2\frac{\partial\psi_1}{\partial r}\right) x_3^k dS_b^+ - \\ & - \iint\limits_{S_a^+}\left(\psi_1\frac{\partial\psi_2}{\partial r} - \psi_2\frac{\partial\psi_1}{\partial r}\right) x_3^k dS_a^+ = 0, \end{aligned} \qquad (1.4)$$

где $S_R^+ = x \in E_3^+ : |x| = R$, поскольку $\dfrac{\partial\psi_j}{\partial r} = 0$, $j = 1, 2$.

Пользуясь тем, что $\Delta_B \psi_j = \frac{1}{r^2} \Delta_{B\alpha} \psi_j$, и отбрасывая в интеграле множитель, зависящий только от r, получим из (1.4) формулу

$$\iint_{S_1^+} (\psi_1 \Delta_{B\alpha} \psi_2 - \psi_2 \Delta_{B\alpha} \psi_1)\, \theta^k d\theta d\varphi = 0 .$$

Отсюда следует самосопряженность оператора $\Delta_{B\alpha}$.

1.2. Понятие о B-сферических функциях

B-сферические функции тесно связаны с B-гармоническими функциями, то есть с четными по x_3 регулярными решениями уравнения (0.1).

Однородный многочлен $P(x)$, $x \in E_3^+ = \{x \in E_3, x_3 > 0\}$, четный по x_3 и удовлетворяющий уравнению

$$\Delta_B P(x) = 0 \tag{1.5}$$

называется B-шаровым многочленом. B-шаровые многочлены степени n образуют подпространство H_{mk} линейного пространства H_n всех четных по x_3 однородных многочленов степени n. Размерность подпространства H_{mk} обозначим через $\sigma(m)$.

Известно [2], что имеет место

Теорема 1. Любой четный по x_3 однородный многочлен $P_m(x)$ степени m может быть представлен, и притом единственным образом, в виде

$$P_m(x) = \sum_{i=0}^{m/2} \left(\frac{|x|}{2} \right)^{2i} P_{m-2i}^k(x) . \tag{1.6}$$

Из представления (1.6) следует, что $\sigma(m) = m+1$.

Определение. B-сферической функцией порядка n называется B-шаровой многочлен степени n, рассматриваемый на единичной полусфере S_1^+.

Отсюда следует, что равенство

$$Y_n^k(s) = P_n^k\left(\frac{x}{|x|} \right) = \frac{1}{|x|^n} P_n^k(x), \quad s = \frac{x}{|x|},$$

устанавливает взаимнооднозначное соответствие между B-сферическими функциями $Y_n^k(s)$, $s \in S_1^+$, порядка n и B-шаровыми многочленами $P_n^k(x)$, $x \in E_3^+$, степени n.

1.3. Дифференциальное уравнение для B-сферических функций

Рассмотрим уравнение (0.1) в сферических координатах

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{k+2}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial u}{\partial\theta} \right) - k\operatorname{tg}\theta \frac{\partial u}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2} \right] = 0. \tag{1.7}$$

Ищем решение этого уравнения в виде

$$u(r,\theta,\varphi) = r^n Y_n^k(\theta,\varphi) . \tag{1.8}$$

Подставляя функцию (1.8) в уравнение (1.7), получим

$$r^n \left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial Y_n^k}{\partial\theta} \right) - k\operatorname{tg}\theta \frac{\partial Y_n^k}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y_n^k}{\partial\varphi^2} \right] + n(n+k+1) r^n Y_n^k = 0.$$

Сокращая на r^n, имеем

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial Y_n^k}{\partial\theta} \right) - k\operatorname{tg}\theta \frac{\partial Y_n^k}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 Y_n^k}{\partial\varphi^2} + n(n+k+1) Y_n^k = 0. \tag{1.9}$$

Это уравнение есть дифференциальное уравнение для B-сферических функций. Таким образом, B-сферические функции $Y_n^k(\theta,\varphi)$ являются собственными функциями дифференциального уравнения вида

$$\Delta_{B\alpha} y + \lambda y = 0 , \tag{1.10}$$

где

$$\Delta_{B\alpha} = \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial\theta} \right) - k\operatorname{tg}\theta \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2},$$

$$\alpha = (\theta,\varphi), \ \lambda = n(n+k+1) .$$

Через $L_{2,k}(S_1^+)$ обозначим гильбертово пространство функций, заданных на полусфере S_1^+, четных по θ, со скалярным произведением

$$(u,v) = \int_{S_1^+} u(\theta,\varphi)\, v(\theta,\varphi)\, \theta^k d\theta d\varphi .$$

B-сферические функции Y_n^k и Y_m^k различных порядков ортогональны в $L_{2,k}(S_1^+)$,

$$(Y_n^k, Y_m^k) = \int_{S_1^+} Y_n(s)\, Y_m(s)\, s_3 ds = 0, \ n \neq m . \tag{1.11}$$

Действительно, применяя формулу Грина для полушара Q_1^+ к B-гармоническим полиномам

$$P_n^k(x) = |x|^n Y_n^k\left(\frac{x}{|x|} \right), \ P_m^k(x) = |x|^m Y_m^k\left(\frac{x}{|x|} \right) \tag{1.12}$$

получаем

$$0=\int\limits_{S_1^+}\left[|x|^m Y_m^k\frac{\partial\ |x|^n Y_n^k}{\partial n}-|x|^n Y_n^k\frac{\partial\ |x|^m Y_m^k}{\partial n}\right]s_3^k ds=$$

$$=\int\limits_{S_1^+}\left[Y_m^k\frac{\partial\ r^n Y_n^k}{\partial r}-Y_n^k\frac{\partial\ r^m Y_m^k}{\partial r}\right]s_3^k ds=$$

$$=\ n-m\ \int\limits_{S_1^+}Y_n^k\ s\ Y_m^k\ s\ s_3^k ds$$

что и требовалось установить.

1.4. Разложение функции, заданной на полусфере единичного радиуса с центром в начале координат, в ряд Фурье по B-сферическим функциям

Среди B-сферических функций данного порядка n существует $\sigma\ n$ линейно независимых, которые можно считать ортонормальными в $L_{2,k}\ S_1^+$. Тем самым в $L_{2,k}\ S_1^+$ имеем ортонормированную систему B-сферических функций

$$Y_{n,m}^k\ \theta,\varphi\ ,\ n=0,1,2,\ldots;\qquad m=1,2,\ldots,\sigma\ n\ . \tag{1.13}$$

Теорема 1. Система (1.13) B-сферических функций образуют полную ортонормированную систему в $L_{2,k}\ S_1^+$.

Доказательство. Множество всех линейных комбинаций функций (1.13) плотно в $L_{2,k}\ S_1^+$ В самом деле, любую функцию $\psi\ \theta,\varphi$, непрерывную на единичной полусфере S_1^+, можно приблизить сколь угодно точно с помощью многочлена от x достаточно большой степени n. Согласно формуле (1.7) значения такого многочлена на полусфере S_1^+ представляют собой линейную комбинацию B-сферических функций. Из возможности равномерного приближения любой непрерывной функции линейными комбинациями B-сферических функций следует возможность приближения ее в метрике $L_{2,k}\ S_1^+$.

Поскольку любой элемент из $L_{2,k}\ S_1^+$ может быть приближен в метрике $L_{2,k}\ S_1^+$ непрерывными функциями, то линейная оболочка B-сферических функций плотно в $L_{2,k}\ S_1^+$.

Отсюда следует полнота системы B-сферических функций и любая функция $\psi\ \theta,\varphi\in L_{2,k}\ S_1^+$ может быть разложена в ряд Фурье по B-сферическим функциям, сходящийся в $L_{2,k}\ S_1^+$ к $\psi\ \theta,\varphi$.

$$\psi\ \theta,\varphi\ =\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{\sigma\ n}a_{n,j}Y_{n,j}^k\ \theta,\varphi\ , \tag{1.14}$$

где

$$a_{n,j}=\iint\limits_{S_1^+}\psi\ \theta,\varphi\ Y_{n,j}^k\ \theta,\varphi\ \theta^k d\theta d\varphi\,. \tag{1.15}$$

Так как в разложении (1.14) внутренняя сумма также является B-сферической функции порядка n, $n=0,1,2,\ldots$, то обозначая ее через $Y_n^k\ \theta,\varphi$, разложение (1.14) запишем в виде

$$\psi\ \theta,\varphi\ =\sum_{n=0}^{\infty}Y_n^k\ \theta,\varphi\ . \tag{1.16}$$

§2. Применение B - сферических функций для решения краевых задач в полушаре

2.1. Внутренняя задача Дирихле

Постановка внутренней задачи Дирихле. Требуется найти четную по θ функцию $u\ r,\theta,\varphi$, удовлетворяющую условиям

$$u\in C^2\ Q_R^+\ \cap C\ \bar{Q}_R^+\ ; \tag{2.1}$$

$$\Delta_B u=\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{k+2}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\Delta_{B\alpha}u=0\,,\quad r,\theta,\varphi\ \in Q_R^+; \tag{2.2}$$

$$u|_{r=R}=f\ \theta,\varphi\ . \tag{2.3}$$

Предполагается, что функция $f\ \theta,\varphi$ разлагается в ряд по B-сферическим функциям

$$f\ \theta,\varphi\ =\sum_{n=0}^{\infty}Y_n^k\ \theta,\varphi\ . \tag{2.4}$$

Единственность решения задачи Дирихле (2.1)-(2.3) следует из принципа максимума для B-гармонических функций.

Решение внутренней задачи Дирихле методом разделения переменных. Решение задачи (2.1)-(2.3) ищем в виде

$$u=T\ r\ Y\ \theta,\varphi\ , \tag{2.5}$$

где $T\ r$ и $Y\ \theta,\varphi$ – пока неопределенные функции. Их найдем из требования, чтобы функция (2.5) удовлетворяла уравнению (2.2).

Подставляя ее в уравнение (2.2), получим

$$\left(T''+\frac{k+2}{r}T'\right)Y+\frac{1}{r^2}T\Delta_{B\alpha}Y=0\,.$$

Умножая это уравнение на $\dfrac{r^2}{TY}$, имеем

$$\frac{r^2T''+\ k+2\ rT'}{T}+\frac{\Delta_{B\alpha}Y}{Y}=0\,.$$

Откуда

$$\frac{r^2T''+\ k+2\ rT'}{T}=-\frac{\Delta_{B\alpha}Y}{Y}$$

Левая часть этого равенства зависит только от r, правая часть – от θ и φ. Так как эти переменные независимые, то такое равенство возможно только тогда, когда обе части равны одной и той же постоянной. Эту постоянную обозначим через λ.

В результате имеем

$$\frac{r^2T'' + (k+2)rT'}{T} = -\frac{\Delta_{B\alpha}Y}{Y} = \lambda ,$$

откуда

$$\Delta_{B\alpha}Y + \lambda Y = 0 \qquad (2.6)$$

$$r^2T'' + (k+2)rT' - \lambda T = 0 . \qquad (2.7)$$

В силу вышеизложенного при $\lambda = n(n+k+1)$ уравнение (2.6) имеет ненулевые решения – B-сферические функции $Y_n^k(\theta,\varphi)$ порядка n.

Найдем частные решения уравнения (2.7) при $\lambda = n(n+k+1)$, т.е. уравнения

$$r^2T'' + (k+2)rT' - n(n+k+1)T = 0 . \qquad (2.8)$$

Это есть уравнение Эйлера. Ищем решение этого уравнения в виде

$$T = r^{\mu} . \qquad (2.9)$$

Здесь μ – неопределенная постоянная. Найдем ее из требования, что функция (2.9) удовлетворяет уравнению (2.8). Подставив (2.9) в уравнение (2.8) и сократив на r^{μ}, получим

$$\mu^2 + (k+1)\mu - n(n+k+1) = 0 .$$

Решениями этого уравнения являются числа: $\mu_1 = n$, $\mu_2 = -(n+k+1)$. Тогда частными решениями уравнения (2.8) являются функции:

$$r^n , \; r^{-(n+k+1)} . \qquad (2.10)$$

Таким образом, частные решения уравнения (2.2) имеют вид

$$\bar{u}_n = r^n Y_n^k(\theta,\varphi) , \; \bar{u}_n = \frac{Y_n^k(\theta,\varphi)}{r^{n+k+1}} .$$

Частными решениями уравнения (2.2) также являются функции:

$$u_n = \frac{1}{R^n} r^n Y_n^k(\theta,\varphi) = \left(\frac{r}{R}\right)^n Y_n^k(\theta,\varphi) ; \qquad (2.11)$$

$$u_n = R^{n+k+1}\frac{Y_n^k(\theta,\varphi)}{r^{n+k+1}} = \left(\frac{R}{r}\right)^{n+k+1} Y_n^k(\theta,\varphi) . \qquad (2.12)$$

Решение внутренней задачи Дирихле (2.1)-(2.3) ищем в виде

$$u(r,\theta,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{r}{R}\right)^n Y_n^k(\theta,\varphi) . \qquad (2.13)$$

Нетрудно видеть, что функция u, определяемая рядом (2.13) удовлетворяет всем условиям задачи (2.1)-(2.3) и, следовательно, является решением внутренней задачи Дирихле.

2.2. Внешняя задача Дирихле

Постановка внешней задачи Дирихле для области $Q_{Rl}^+ = E_3^+ \setminus \bar{Q}_R^+$. Требуется найти четную по θ функцию $u(r,\theta,\varphi)$, удовлетворяющую условиям:

$$u \in C^2(Q_{R,l}^+) \cap C(\bar{Q}_{R,l}^+) ; \qquad (2.14)$$

$$\Delta_B u = 0 , \quad (r,\theta,\varphi) \in Q_R^+ ; \qquad (2.15)$$

$$u = o(1) \quad \text{при } r \to \infty ; \qquad (2.16)$$

$$u\big|_{r=R} = f(\theta,\varphi) . \qquad (2.17)$$

Единственность решения задачи (2.14)-(2.17) также следует из принципа максимума для B-гармонических функций.

Решение внешней задачи Дирихле методом разделения переменных. Решение задачи (2.14)-(2.17) ищем в виде

$$u = T(r)Y(\theta,\varphi) . \qquad (2.18)$$

Подставляя функцию (2.18) в уравнение (2.15) и разделяя переменные, получаем уравнения (2.6) и (2.7) относительно неопределенных функций. Известно, решениями уравнения (2.6) при $\lambda = n(n+k+1)$ являются B-сферические функции Y_n^k, $n = 0,1,2,\ldots$. В качестве частного решения уравнения (2.7) возьмем функцию (2.12). Тогда решение внешней задачи Дирихле (2.14)-(2.17) представляется в виде

$$u(r,\theta,\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{R}{r}\right)^{n+k+1} Y_n^k(\theta,\varphi) . \qquad (2.19)$$

2.3. Внутренняя задача Неймана

Постановка внутренней задачи Неймана для полушара Q_R^+. Требуется найти четную по θ функцию $u(r,\theta,\varphi)$, удовлетворяющую условиям:

$$u \in C^2(Q_R^+) \cap C^1(\bar{Q}_R^+) ; \qquad (2.20)$$

$$\Delta_B u = 0 , \quad (r,\theta,\varphi) \in Q_R^+ ; \qquad (2.21)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{r=R} = \left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=R} = f(\theta,\varphi) . \qquad (2.22)$$

Решение внутренней задачи Неймана определяется с точностью до произвольного постоянного слагаемого, что можно установить с помощью первой формулы Грина для оператора Δ_B.

Решение внутренней задачи Неймана методом разделения переменных.

С помощью второй формулы Грина для оператора Δ_B можно доказать, что внутренняя задача Неймана имеет решение только тогда, когда граничное условие для $f(\theta,\varphi)$ удовлетворяет соотношению

$$\iint\limits_{S_R^+} f\ \ \theta,\varphi\ \ dS_R = 0\,. \qquad (2.23)$$

В силу ортогональности системы B-сферических функций

$$\iint\limits_{S_R} Y_m^k\ \ \theta,\varphi\ \ dS_R = \begin{cases} R^2 & \text{при} \quad m=0, \\ 0 & \text{при} \quad m \neq 0. \end{cases}$$

Отсюда заключаем, что для соблюдения условия (2.23) в разложении функции $f\ \ \theta,\varphi$ по B-сферическим функциям должен отсутствовать член нулевого порядка, т.е. должно быть

$$f\ \ \theta,\varphi\ \ = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n^k\ \ \theta,\varphi\ \ .$$

В этом случае ряд

$$u\ \ r,\theta,\varphi\ \ = C + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R}{n}\left(\frac{r}{R}\right)^n Y_n\ \ \theta,\varphi\ \ ,$$

где C – произвольная постоянная, решает внутреннюю задачу Неймана для полушара Q_R^+.

2.4. Внешняя задача Неймана

Постановка внешней задачи Неймана. Требуется найти четную по θ функцию $u\ \ r,\theta,\varphi$, удовлетворяющую условиям:

$$u \in C^2\ \ Q_{R,l}^+\ \ \cap C^1\ \ \overline{Q}_{R,l}^+\ \ ; \qquad (2.24)$$

$$\Delta_B u = 0\,, \quad r,\theta,\varphi\ \ \in Q_{Rl}^+\,; \qquad (2.25)$$

$$u = o\ \ 1\ \ \text{ при } r \to \infty\,; \qquad (2.26)$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{r=R} = \left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=R} = f\ \ \theta,\varphi\ \ . \qquad (2.27)$$

Единственность решения внешней задачи Неймана можно доказать с помощью первой формулы Грина для оператора Δ_B.

Внешняя задача Неймана (2.24)-(2.27) также решается методом разделения переменных. Было доказано, что частными решениями уравнения (2.25) будут функции

$$u_n = \frac{R}{n+k+1}\left(\frac{R}{r}\right)^{n+k+1} Y_n^k\ \ \theta,\varphi\ \ .$$

Решение задачи (2.24)-(2.27) ищем в виде

$$u\ \ r,\theta,\varphi\ \ = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{R}{n+k+1}\left(\frac{R}{r}\right)^{n+k+1} Y_n^k\ \ \theta,\varphi\ \ . \qquad (2.28)$$

Нетрудно проверить, что функция $u\ \ r,\theta,\varphi$, определяемая рядом (2.28) удовлетворяет всем условиям задачи (2.24)-(2.27) и, следовательно, является решением внешней задачи Неймана.

* * * * * * * * * *

1. Киприянов И.А., Кононенко В.И. Фундаментальные решения B-эллиптических уравнений // Дифференциальные уравнения. – 1967. – Т.3. – №1. – С.114-129.
2. Ляхов Л.Н. Весовые сферические функции и сингулярные псевдодифференциальные операторы // Дифференциальные уравнения. – Минск. – 1985. – Т.XXI. – №6. – С.1020-1032.

B-SPHERICAL FUNCTIONS AND THEIR APPLICATION TO SOLUTION OF BOUNDARY-VALUE PROBLEMS

A.R.Galimova

Our work is devoted to B-spherical functions, their properties and orthogonality, in particular. Expansion of some function in series on B-spherical functions is given. The theory of B-Spherical functions in solution of boundary-value problems for B-harmonic functions are employed.

Key words: B-spherical functions, problems of Dirichlet and Neumann, B-harmonic functions

* * * * * * * * * *

Галимова Алия Раилевна – аспирант кафедры математического анализа Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета

E-mail: mf@tggpu.ru