

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ НЕФТИ В ЗАГРЯЗНЕННЫХ ПОЧВАХ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОРБЕНТОВ И МИКРООРГАНИЗМОВ

© Э.В.Чеботарева

В статье строятся математические модели изменения концентрации нефти в загрязненной почве в случае использования сорбентов, внесения в почву нефтеразлагающих бактерий, а также комплексного внесения сорбентов и микроорганизмов-нефтедеструкторов. Приводятся примеры расчетов для каждого случая.

Ключевые слова: математическая модель, очистка нефтезагрязненных почв.

Введение

Очистка почв от нефти и нефтепродуктов является важной проблемой защиты окружающей среды. К перспективным методам очистки нефтезагрязненных почв относится использование сорбентов, а также внесение в почву нефтеразлагающих бактерий. Сочетание двух данных методов позволяет значительно повысить эффективность очистки почв. В связи с этим представляет интерес рассмотрение математических моделей динамики изменения концентрации нефти в загрязненных почвах как в случае применения каждого из указанных методов в отдельности, так и их сочетания.

Математическая модель изменения концентрации нефти для случая внесения в почву нефтеразлагающих микроорганизмов

Рассмотрим случай внесения в почву нефтеразлагающих микроорганизмов. Модель Моно описывает процесс изменения количества субстрата под действием микроорганизмов:

$$\begin{aligned} \frac{dC(t)}{dt} &= -\frac{\alpha\mu C(t)}{C(t)+K}M(t), \\ \frac{dM(t)}{dt} &= \frac{\mu C(t)}{C(t)+K}M(t) - \lambda M(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $C(t)$ – концентрация субстрата, $M(t)$ – концентрация микроорганизмов, μ – максимальная скорость роста микроорганизмов при данных условиях, K – константа, численно равная концентрации субстрата, при которой скорость роста культуры равна половине максимальной, α^{-1} – коэффициент, показывающий, какая часть поглощенного субстрата идет на приращение биомассы, λ – скорость отмирания клеток, t – время (в мес.).

В случае внесения в почву микроорганизмов-нефтедеструкторов в качестве субстрата выступает нефть. Однако модель (1) не учитывает то-

го, что часть компонентов нефти может разлагаться под действием физико-химических факторов. Рассмотрим линейную модель разложения компонентов нефти под действием физико-химических факторов [1]:

$$\frac{dC_1(t)}{dt} = -\delta C_1(t).$$

Здесь $C_1(t)$ – часть компонентов нефти, разлагаемых под действием физико-химических факторов, δ – коэффициент, зависящий от характера загрязнения и свойств почвы, рассчитывается на основе экспериментальных данных.

С учетом действия физико-химических факторов, модель изменения концентрации нефти в случае внесения в почву нефтеразлагающих микроорганизмов может быть записана в виде:

$$\begin{cases} \frac{dC(t)}{dt} = \frac{dC_1(t)}{dt} + \frac{dC_2(t)}{dt}; \\ \frac{dC_1(t)}{dt} = -\delta C_1(t); \\ \frac{dC_2(t)}{dt} = -\frac{\alpha\mu C_2(t)}{C_2(t)+K}M(t); \\ \frac{dM(t)}{dt} = \frac{\mu C_2(t)}{C_2(t)+K}M(t) - \lambda M(t), \end{cases} \quad (2)$$

где $C(t)$ – концентрация нефти в почве, $C_1(t)$ – часть компонентов нефти, разлагаемых под действием физико-химических факторов, $C_2(t)$ – часть компонентов нефти, разлагаемых под действием микроорганизмов.

Начальные условия для системы (2) имеют вид:

$$\begin{aligned} M(0) &= M_0, \quad C(0) = C_0, \\ C_1(0) &= (1-\sigma)C_0, \quad C_2(0) = \sigma C_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Коэффициент σ определяет часть нефти, разлагаемой под действием микроорганизмов [1].

Математическая модель изменения концентрации нефти для случая использования сорбента

В случае использования для очистки почвы нефтепоглощающего сорбента изменение концентрации нефти происходит под воздействием сорбента, кроме того, часть компонентов нефти может разлагаться под действием физико-химических факторов. Для описания данных процессов предлагается следующая математическая модель:

$$\begin{cases} \frac{dC(t)}{dt} = \frac{dC_1(t)}{dt} - \frac{dC_2(t)}{dt}, \\ \frac{dC_1(t)}{dt} = -\delta C_1(t), \\ \frac{dC_2(t)}{dt} = \beta \left(C(t) - \frac{C_2(t)}{\varphi} \right), \end{cases} \quad (4)$$

где $C(t)$ – концентрация нефти в почве, $C_1(t)$ – часть компонентов нефти, разлагаемых под действием физико-химических факторов, $C_2(t)$ – часть компонентов нефти, поглощаемых сорбентом, β – кинетический коэффициент ($\beta > 0$), φ – коэффициент, характеризующий поглощающие свойства сорбента.

Начальные условия для системы уравнений (4) имеют вид:

$$C(0) = C_0, \quad C_1(0) = \sigma C_0, \quad C_3(0) = 0, \quad (5)$$

где коэффициент σ определяет часть нефти, разлагаемой под действием физико-химических факторов.

Математическая модель изменения концентрации нефти для случая использования комплексного метода очистки почв

Пусть в почву наряду с сорбентом внесены нефтеразлагающие микроорганизмы. Построим математическую модель изменения концентрации нефти в почве в данном случае:

$$\begin{cases} \frac{dC(t)}{dt} = \frac{dC_1(t)}{dt} + \frac{dC_2(t)}{dt} - k(t) \frac{dC_3(t)}{dt}, \\ \frac{dC_1(t)}{dt} = -\delta C_1(t), \\ \frac{dC_2(t)}{dt} = -\frac{\alpha \mu C_2(t)}{C_2(t) + K} M(t) \\ \frac{dC_3(t)}{dt} = \beta \left(C(t) - \frac{C_3(t)}{\varphi} \right), \\ \frac{dM(t)}{dt} = \frac{\mu C_2(t)}{C_2(t) + K} M(t) - \lambda M(t). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $C(t)$ – концентрация нефти в почве,

$C_1(t)$ – часть компонентов нефти, разлагаемых под действием физико-химических факторов, $C_2(t)$ – часть компонентов нефти, разлагаемых под действием микроорганизмов, $C_3(t)$ – часть компонентов нефти, поглощаемых сорбентом, $M(t)$ – концентрация нефтеразлагающих микроорганизмов, μ – максимальная скорость роста микроорганизмов при данных условиях, K – константа, численно равная концентрации субстрата, при которой скорость роста культуры равна половине максимальной, α^{-1} – коэффициент, показывающий, какая часть поглощенного субстрата идет на приращение биомассы, λ – скорость отмирания клеток, β – кинетический коэффициент ($\beta > 0$), φ – коэффициент, характеризующий поглощающие свойства сорбента, δ – коэффициент, зависящий от характера загрязнения и свойств почвы, t – время (в мес.).

При взаимодействии микроорганизмов с сорбентом возможно образование связанных комплексов, в присутствии которых происходит значительное снижение концентрации нефти. Для учета этого явления в первом уравнении системы (6) вводится функция $k(t)$. Выбор функции $k(t)$ зависит от свойств конкретного сорбента.

Начальные условия для системы уравнений (6) задаются в виде:

$$\begin{aligned} M_1(0) &= M_0, \quad C(0) = C_0, \\ C_1(0) &= (1 - \sigma)C_0, \\ C_2(0) &= \sigma C_0, \quad C_3(0) = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где коэффициент σ определяет часть нефти, разлагаемой под действием микроорганизмов.

Методы решения поставленных задач

Системы (2), (4), (6) представляют собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основным способом решения такого рода систем являются численные методы. Для решения систем уравнений (2), (4), (6) применяется метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

Графическое представление решений систем удобно строить с помощью системы компьютерной математики Maple. Решение дифференциальных уравнений в численном виде в Maple позволяет получить функция dsolve с параметром numeric. При этом решение по умолчанию возвращается в виде специальной процедуры gkf45, реализующей метод Рунге-Кутты порядков 4 и 5. Указанная процедура возвращает особый тип данных, позволяющих найти решение в любой точке или построить график решения.

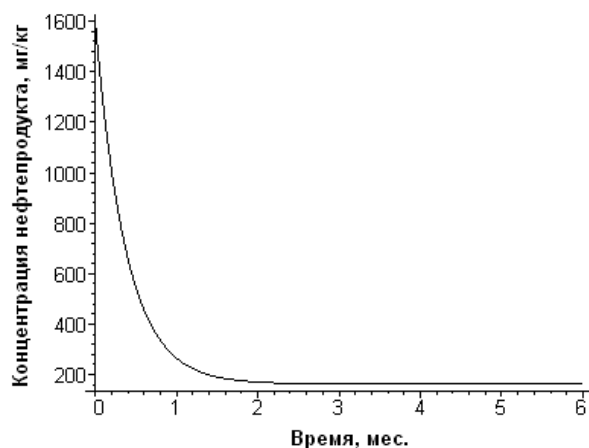


Рис.1. Изменение концентрации нефти по модели (2), (3) для исходных данных $C_0 = 1600$, $\sigma = 1$, $M_0 = 2,5 \cdot 10^6$, $\mu = 0.005$, $K = 50$, $\alpha = 0.31$, $\delta = 1.134$, $\lambda = 2.5$.

На рис.1 представлен график изменения концентрации нефти в почве в соответствии с моделью (2), (3). Согласно расчету, через два месяца после внесения в почву нефтеразлагающих микроорганизмов концентрация нефти в почве составит около 169 мг/кг.

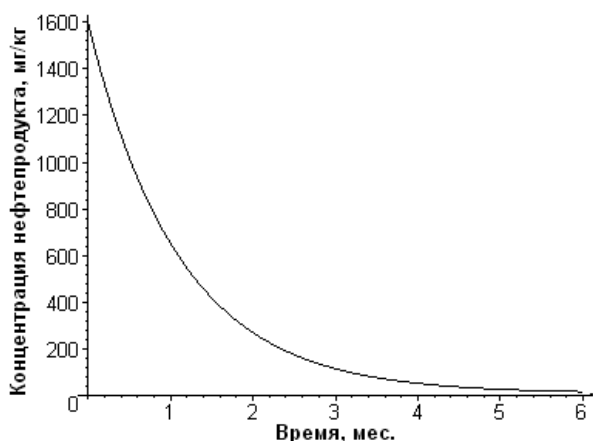


Рис.2. Изменение концентрации нефти по модели (4), (5) для исходных данных $C_0 = 1600$, $\sigma = 0$, $\beta = 0.9$, $\varphi = 220$.

На рис.2 представлен график изменения концентрации нефти в почве в соответствии с моде-

лью (4), (5). Согласно расчету, через два месяца после внесения сорбента концентрация нефти в почве составит около 268 мг/кг.

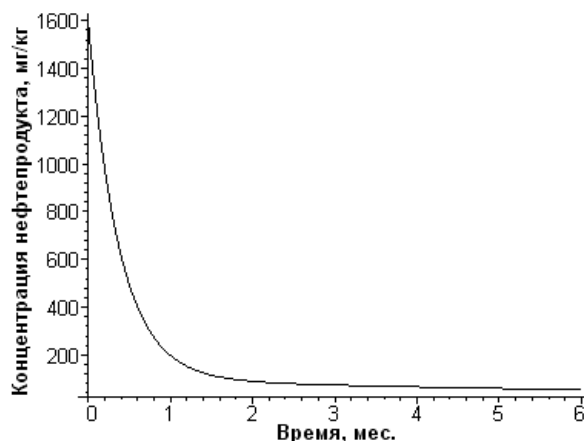


Рис.3. Изменение концентрации нефти по модели (6), (7) для исходных данных $C_0 = 1600$, $\sigma = 1$, $M_0 = 2,5 \cdot 10^6$, $\mu = 0.005$, $K = 50$, $\alpha = 0.31$, $\delta = 1.134$, $\lambda = 2.5$, $\beta = 0.9$, $\varphi = 220$, $k(t) = 0.12$.

На рис.3 представлен график изменения концентрации нефти в почве в соответствии с моделью (6), (7). Согласно расчету, через два месяца концентрация нефти в почве составит около 89 мг/кг.

Сравнивая полученные результаты, можно сделать вывод, что в данном случае наиболее сильное снижение концентрации нефти в почве происходит при совместном внесении сорбента и нефтеразлагающих микроорганизмов. Данное явление наблюдается на практике при использовании комплексных добавок некоторых сорбентов и препаратов, содержащих микроорганизмы-нефтедеструкторы.

1. *Водопьянов В.В.* Математическое моделирование численности микроорганизмов и биодegradации нефти в почве // Вест. УГАТУ. – 2006. – Т.8. – №1(17). – С.132-137.

MATHEMATICAL MODELS OF CHANGES IN CONCENTRATION OF OIL UNDER THE INFLUENCE OF SORBENTS AND MICROORGANISMS IN POLLUTED SOILS

E.V.Chebotareva

Mathematical models of changes occurring in the concentration of oil in the polluted soils owing to the process of clearing with the use of sorbents, petrodecomposing bacteria, as well as the complex of sorbents and petrodecomposing bacteria are presented in the article. Examples of calculations for each case are given.

Key words: mathematical models, clearing of the petropolluted soils.

* * * * *

Чеботарева Эльвира Валерьевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей и прикладной математики Московского государственного университета путей сообщения.

E-mail: elvchb@mail.ru

Поступила в редакцию 21.11.2011