

ГРАФИЧЕСКИЙ ПАКЕТ СИМВОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ MAPLE В ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО ГЕОМЕТРИИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

© О.В.Разумова

В статье демонстрируются графические возможности пакета символьной математики Maple в ходе исследовательской работы учащихся средней школы по ветви геометрии "Топология".

Ключевые слова: исследовательская деятельность учащихся, топология, компьютерное моделирование.

Деятельность учителя математики меняется в зависимости от приоритетов современного общества, современной педагогической науки. До недавнего времени эта деятельность ограничивалась зачастую преподаванием, нацеливанием только на введение ученика в конкретную область знаний. Вопросы формирования творческой активности, самостоятельной деятельности учащихся не являлись первостепенными задачами. В настоящее время главной задачей учителей математики является воспитание всесторонне развитой и социально зрелой личности учащихся через свой учебный предмет с помощью соответствующей организации учебно-воспитательного процесса обучения математике, формирования у всех учащихся самостоятельной творческой активности [1].

В связи с этим преподавание в настоящее время должно осуществляться посредством учащихся через их индивидуальную исследовательскую и совместную деятельность. А в области математики эта деятельность, прежде всего, связана с расширением и углублением знаний учащихся по ряду разделов дисциплины. Несомненно, что рассмотрение новых математических понятий должно опираться на школьный курс и сопровождаться яркими графическими и анимационными материалами, погружающими учащихся в мир современной математики.

Необходимо отметить, что школьный курс "Геометрия" обладает большим потенциалом в плане развития творческого мышления учащихся, ориентацией на организацию исследовательской деятельности обучаемых с использованием средств инновационных технологий. Среди последних мы выделяем систему компьютерной математики Maple. Эффективность данного средства информационно-коммуникационных технологий определяется высочайшим "интеллектом" системы в сочетании с прекрасными средствами математического численного моде-

лирования и широкими возможностями графической визуализации [2].

Приведем примеры геометрических фактов, установление которых оказали огромное влияние на развитие не только самой геометрии, но и других областей математики, в приложении с компьютерными программами-визуализациями, написанными на Maple-языке.

В настоящее время школьный курс геометрии знакомит учащихся в основном с элементами аналитической геометрии. Но существуют и другие подходы к изучению геометрии, о которых непременно интересно будет узнать увлеченным математикой детям. Из истории математики известно, что применение в геометрии алгебраических методов одобрялось не всеми учеными. Так, Готфрид Вильгельм Лейбниц говорил: "Я еще не доволен алгеброй в том отношении, что она в области геометрии не доставляет ни кратчайших путей, ни наиболее красивых построений... Нам нужен еще иной, чисто геометрический или линейный анализ, непосредственно выражающий для нас положение, как алгебра выражает величину". Леонард Эйлер, Карл Фридрих Гаусс и Георг Рيمان считали, что термины Лейбница ("анализ положения", "геометрия положения") относятся к новой ветви геометрии, изучающей свойства геометрических фигур, связанные с их взаимным положением [3]. Итогом явилось то, что во второй половине прошлого столетия появилась новая область математики, которая получила название топологии.

Одними из интереснейших и доступных для учащихся старшего школьного звена понятий топологии являются такие понятия, как двусторонняя, или ориентируемая поверхность, односторонняя, или неориентируемая поверхность. Очевидно, примерами первых поверхностей служат плоскость, сфера, цилиндр, тор. Среди последних выделяется лист Мёбиуса, впервые изученный математиками Августом Мёбиусом и Иоганном Листингом.

В качестве исследовательской работы предлагается учащимся смоделировать выше перечисленные поверхности, возможно с использованием средств информационных технологий, и установить опытным путем основные свойства этих поверхностей. Данная деятельность будет иметь более эффективные результаты, если прибегнуть к помощи графических и анимационных средств пакета символьной математики Maple.

Представим программу, написанную на Maple-языке, позволяющую поэтапно визуализировать получение листа Мёбиуса из прямоугольника.

```

> with(plots):a:=2*Pi-x:
F:= [seq(Z[i],i=1..6)]: for i to 6 do
Z[i]:=plot3d([5*cos(t*(2*Pi-(i-
1)*0.016)/(2*Pi)),
5*sin(t*(2*Pi-(i-1)*0.016)/(2*Pi)),u],t=0..2*Pi,
u=-5..5,grid=[60,10],scaling=constrained):od:
B:= [seq(Y[j],j=1..5)]: for j to 5 do
Y[j]:=plot3d([(5+cos(t/2)*u*0.2*j)*cos(t),(5+cos(t/2)*u*0.2*j)*sin(t),
(sin(t/2)*0.2*j+1-0.2*j)*u],t=0..6.2,u=-5..5,
grid=[60,10],scaling=constrained): od:
G:= [seq(T[k],k=1..6)]: for k to 6 do
T[k]:=plot3d([(5+cos(t*(2*Pi-(0.08-(k-
1)*0.016))/(6.2)/2)*u)*
cos(t*(2*Pi-(0.08-(k-1)*0.016))/(6.2)),
(5+cos(t*(2*Pi-(0.08-(k-1)*0.016))/(6.2)/2)*u)*
sin(t*(2*Pi-(0.08-(k-1)*0.016))/(6.2)),
(sin(t*(2*Pi-(0.08-(k-1)*0.016))/(6.2)/2)*u)],
t=0..6.2, u=-
5..5,grid=[60,10],scaling=constrained): od:
for i to 6 do display3d(F[i],insequence=true,
scaling=constrained); od;
for i to 5 do display3d(B[i],insequence=true,
scaling=constrained);od;
for i to 6 do display3d(G[i],insequence=true,
scaling=constrained);od;

```

Результаты работы программы представлены на рисунках 1-5.

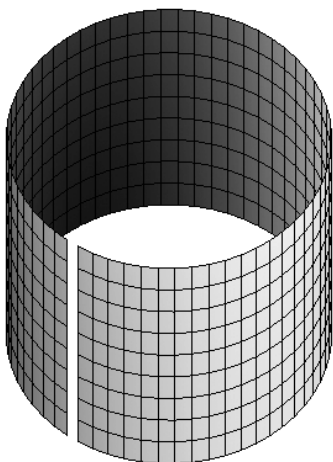


Рис.1.

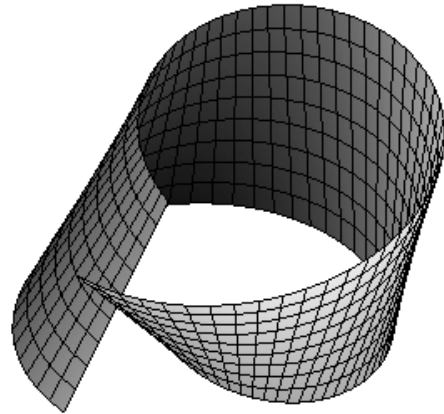


Рис.2.

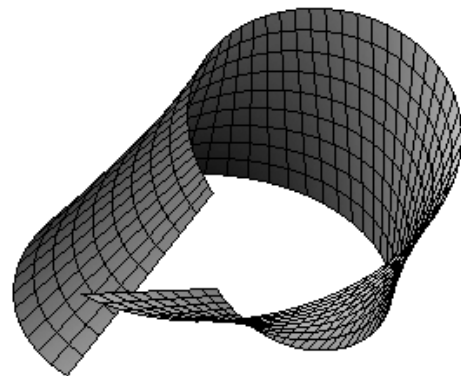


Рис.3.

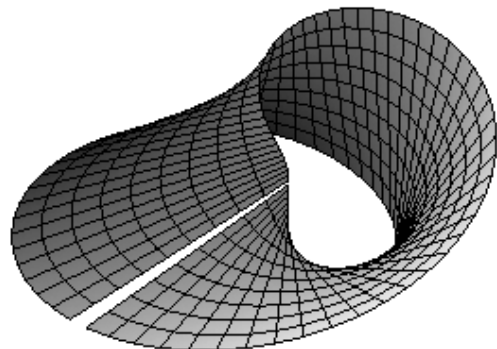


Рис.4.

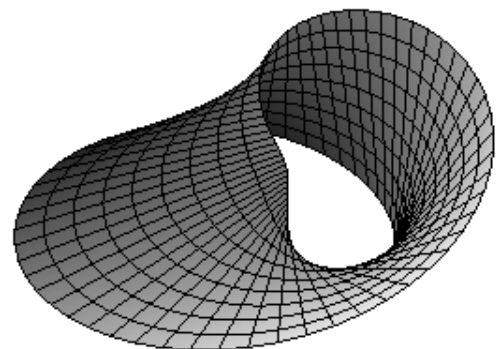


Рис.5.

В данной статье мы предлагаем также смоделировать и наглядно продемонстрировать склейки топологических поверхностей, например, можно представить процесс и результат склейки прямоугольника (будет получен цилиндр либо лист Мёбиуса), а результат склейки цилиндра – тор. В этом поможет следующая программа-визуализация, написанная на Maple-языке.

```
> with(plots): with(plottools):
r:=5+(4-u)^4: L:=animate3d([r*cos(3*x/r)-(4-u)^4,r*sin(3*x/r),z],x=-Pi..Pi,
z=-5..5,u=0..4,scaling=constrained):
a:=2*Pi-x:M:=animate3d([5*cos(t*(2*Pi-x)/(2*Pi)),
5*sin(t*(2*Pi-x)/(2*Pi)),u],t=0..2*Pi,
u=-5..5,x=0..0.08,grid=[60,10], scaling=constrained):
B:=animate3d([(5+cos(t/2)*u*x)*cos(t),(5+cos(t/2)*u*x)*sin(t),
(sin(t/2)*x+1-x)*u],t=0..6.2,u=-5..5,x=0..1,
grid=[60,10],scaling=constrained):
G:=animate3d([(5+cos(t*(2*Pi-(0.08-x)))/(6.2)/2)*u*
cos(t*(2*Pi-(0.08-x))/(6.2)),(5+cos(t*(2*Pi-(0.08-x)))/(6.2)/2)*u*
sin(t*(2*Pi-(0.08-x))/(6.2)),(sin(t*(2*Pi-(0.08-x)))/(6.2)/2)*u],t=0..6.2,
u=-5..5,x=0..0.08,grid=[60,10], scaling=constrained):
Y:=animate3d([(5+cos(t*(2*Pi-(0.08-(0.08-x)))/(6.2)/2)*u*
cos(t*(2*Pi-(0.08-(0.08-x)))/(6.2)),
(5+cos(t*(2*Pi-(0.08-(0.08-x)))/(6.2)/2)*u*
sin(t*(2*Pi-(0.08-(0.08-x)))/(6.2)),
(sin(t*(2*Pi-(0.08-(0.08-x)))/(6.2)/2)*u)],t=0..6.2,
u=-5..5,x=0..0.08,grid=[60,10], scaling=constrained):
S:=animate3d([(5+cos(t/2)*u*(1-x))*cos(t),(5+cos(t/2)*u*(1-x))*sin(t),
(sin(t/2)*(1-x)+1-(1-x))*u],t=0..6.2,
u=-5..5,x=0..1,grid=[60,10], scaling=constrained):
R:=animate3d([5*cos(t*(2*Pi-(0.08-x))/(2*Pi)),
5*sin(t*(2*Pi-(0.08-x))/(2*Pi)),u],
t=0..2*Pi,u=-5..5,x=0..0.08,grid=[60,10],
scaling=constrained):
P:=plot3d([5*cos(t),5*sin(t),u],t=0..2*Pi,
u=-5..5,grid=[60,10],scaling=constrained):
F:= [seq(Z[i],i=1..5)]:
for i to 5 do b:=Pi/(10-2*(i-1)):
Z[i]:=rotate(P,b,0,0): od:
PP:=animate3d([5*cos(t),u*x,5*sin(t)],t=0..2*Pi,
u=-5..5,x=1..Pi/2,grid=[60,50], scaling=constrained):
```

```
PPP:=animate3d([(5-x)*cos(t),u*Pi/2,(5-x)*sin(t)],t=0..2*Pi,
u=-5..5,x=0..3,grid=[60,60], scaling=constrained):
f:=-3: r:=Pi: q:=3: XX:= [seq(X[7-i],i=1..6)]:
for i to 6 do X[i]:=semitorus([f,0,0],-r..r,2,
q,grid=[60,60],scaling=constrained):
f:=f-q: q:=q*2: r:=r/2: od:
display([L,M,B,G,Y,S,P,F[],PP,PPP,XX[]],
grid=[60,60],
scaling=constrained,insequence=true);
Результаты склеек представлены на рисунках 6-8.
```

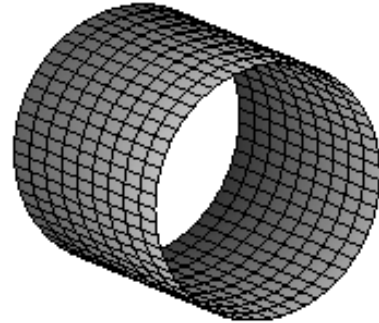


Рис.6.

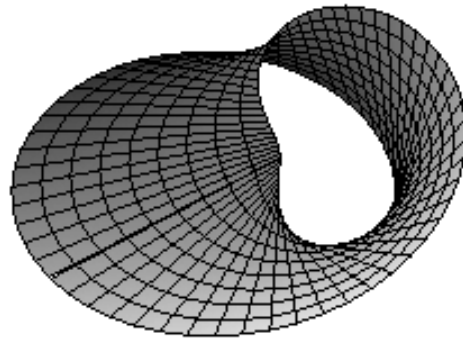


Рис.7.

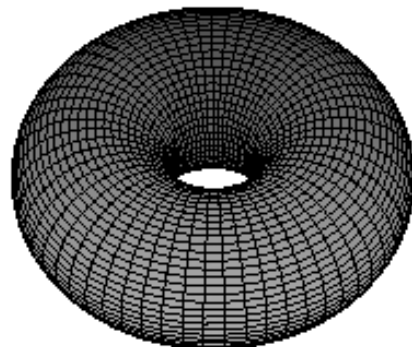


Рис.8.

Далее, наглядно продемонстрировав учащимся основные геометрические объекты в топологии, рекомендуется перейти к выявлению

свойств топологических инвариантов рассмотренных поверхностей, а именно: свойства связности (исследуется разбиение поверхности произвольными замкнутыми линиями на составляющие компоненты), свойства, присущего односторонней или двусторонней поверхности (любая непрерывная деформация поверхности не меняет ее свойства быть односторонней или двусторонней) и т.д.

Таким образом, расширение и углубление знаний учащихся по математике в форме исследовательской работы с опорой на яркие и наглядные графические и анимационные материалы, созданные средствами современных информационно-коммуникационных технологий, способствует преодолению психологической необходимости объяснения происхождения некото-

рых математических понятий и фактов, повышению сознательности обучения и прочности усвоения предмета за счет вовлечения детей в процесс моделирования математических объектов, что, в свою очередь, влияет и на оживление процесса обучения математике и на усиление интереса к предмету.

* * * * *

1. *Бордовская Н.В., Реан А.А.* Педагогика: учеб. пособие. – СПб.: Питер, 2006. – 304 с.
2. *Манзон Б.М.* Maple V Power Edition: руководство пользователя. – М.: Филинь, 2000. – 240 с.
3. *Виленкин Н.Я., Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф.* За страницами учебника математики. Старинные и занимательные задачи. – М.: Просвещение, 2008. – 175 с.

GRAPHIC PACKAGE OF SYMBOLICAL MATHEMATICS MAPLE IN THE RESEARCH ACTIVITY ON GEOMETRY IN HIGH SCHOOL

O.V.Razumova

The author of the article shows the graphic possibilities of a package of symbolical mathematics Maple during research work of pupils of high school on Topology as a branch of Geometry.

Key words: research activity of pupils, Topology, computer modeling.

* * * * *

Разумова Ольга Викторовна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры теории и методики обучения математике Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета.

E-mail: miraolga@rambler.ru

Поступила в редакцию 10.04.2011