

НОВЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС ЛУНЫ

© Ю.А.Нефедьев, Н.Ю.Вараксина, С.Г.Валеев, Н.Г.Ризванов, Р.Р.Микеев

В статье разработан новый метод определения положения центра масс Луны относительно ее центра фигуры на основе прямого использования селеноцентрического каталога Казань-1162, построенного в системе центра масс и главных осей инерции Луны. В данном каталоге координаты идентифицируемых объектов расположены приблизительно однородно по всей поверхности Луны. В результате установлено, что казанский каталог для видимой стороны Луны, приведенный к центру масс и главным осям инерции Луны, при совместном использовании объектов вне зоны ее охвата из списка космической миссии "Clementine", имеет наиболее близкое согласие с результатами последних исследований в данной области.

Ключевые слова: центр фигуры, центр масс, метод оценивания, космические миссии, каталог.

Введение

Знание взаимного положения центра фигуры Луны и ее центра масс важно как с точки зрения происхождения, строения и эволюции спутника Земли, так и с точки зрения прецизионного решения окололунных навигационных задач. Эта задача на сегодняшний день одна из наиболее актуальных и востребованных для космических лунных миссий.

Если центр фигуры Луны определять по геометрическим данным (высотам объектов), а центр масс – по внешнему гравитационному полю (движение ИСЛ и пр.), то положение центра масс Луны можно вывести относительно центра аппроксимирующей Луну сферы. Первые такие результаты по видимой стороне были представлены в [1], а с учетом измерений высот на обеих сторонах – в [2]. Несколько вариантов положения центра масс относительно центра фигуры по данным [2] указаны в [3] (табл.3, 4). Из последующих исследований следует указать работы [4; 5], где центр масс Луны фиксировался центром координатной системы каталога координат объектов на ее поверхности, полученного из разнородных источников, включая и космические по всей ее сфере, а гипсометрическая информация использовалась для представления высоты (как функции сферических координат) в виде разложения по сферическим гармоникам, после чего по амплитудам гармоник первого порядка определялось положение центра фигуры относительно центра масс. Последние космические миссии [6; 7] также многое дали в области определения взаимного положения центров фигуры и масс Луны. Тем не менее в настоящей работе предлагается решить эту проблему прямым использованием селеноцентрического каталога координат идентифицируемых объектов, располо-

женных приблизительно однородно по всей поверхности Луны. В данном исследовании в качестве исходного списка координат объектов видимой стороны Луны используется казанский каталог [8], построенный в системе центра масс и главных осей инерции Луны. Его распространение на краевую зону и обратную сторону Луны позволит создать Единую Селеноцентрическую Систему Координат [9] и решить более точно рассматриваемую в работе и другие задачи.

Модели, методы и программное обеспечение разложения функции лунного рельефа по сферическим гармоникам

Как и в работе [4], смещения Δ центра фигуры (ЦФ) определялись относительно центра координатной системы каталога. Последний, по предположениям авторов каталогов, совмещен с центром масс (ЦМ) Луны. Используемые в [4] формулы имеют вид:

$$\Delta\xi = \sqrt{3}\bar{C}_{11}, \quad \Delta\eta = \sqrt{3}\bar{S}_{11}, \quad \Delta\zeta = \sqrt{3}\bar{C}_{10}, \quad (1)$$

где ξ – ось, направленная к Земле, η – перпендикулярная к ней экваториальная ось, ζ – ось вращения Луны; \bar{C}_{11} , \bar{S}_{11} , \bar{C}_{10} – нормированные амплитуды гармоник первого порядка разложения функции рельефа. В соответствии с этим ниже рассматриваются: математические модели в виде разложений по сферическим функциям; методы оценивания параметров модели; информационные технологии обработки данных.

Модель разложения функции лунного рельефа

В качестве модели, описывающей поведение рельефа на лунной сфере, используется разложение функции высоты $h = h(\varphi, \lambda)$ в ряд по сферическим гармоникам [3] в виде модели регрессии [10]:

$$h(\varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n (\overline{C_{nm}} \cos m\lambda + \overline{S_{nm}} \sin m\lambda) \times \overline{P_{nm}}(\cos \varphi) + \varepsilon, \quad (2)$$

где φ, λ – (широта, долгота) известные координаты лунных объектов; $\overline{C_{nm}}, \overline{S_{nm}}$ – нормированные амплитуды гармоник; $\overline{P_{nm}}$ – нормированные присоединенные функции Лежандра; ε – случайная ошибка регрессии.

К сожалению, ряд (2) является медленно сходящимся. Например, для описания деталей рельефа, меняющихся на протяжении 1° , необходим примерно порядок разложения $n=180$, что приводит к необходимости оценивания $(180+1)^2$ коэффициентов (амплитуд) разложения.

Практически размерность модели (2), а следовательно, порядок n следует задавать исходя из количества объектов, равномерно распределенных на сфере. Их число должно в $5 \div 15$ раз превышать количество оцениваемых амплитуд [10].

Другие условия относительно вида и количества гармоник в (2) рассматриваются в следующем разделе.

Методы оценивания амплитуд гармоник

Решение переопределенной системы (2) для разных источников гипсометрической информации осуществлялось в рамках подхода регрессионного моделирования [10], предусматривающего кроме обычных этапов (постулирование модели (2) и оценивание амплитуд $\overline{C_{nm}}, \overline{S_{nm}}$) использование ряда статистик качества, в том числе внешних мер, – диагностику соблюдения основных условий метода наименьших квадратов (МНК); адаптацию при их нарушении. В качестве вычислительных схем МНК используются схемы Гаусса-Жордана и Хаусхолдера.

Основными нарушениями условий применения МНК к обработке (2) является наличие [10]:

- избыточных (шумовых) гармоник, приводящих к понижению точности прогнозирования как отдельных высот, так и изогипсов;

- коррелирующих друг с другом амплитуд гармоник при применении (2) к описанию рельефа на сегменте сферы или при сильной неоднородности распределения объектов; в этом случае цифровую модель (набор МНК-оценок амплитуд) следует считать некорректной.

Адаптироваться к двум указанным нарушениям можно применением пошаговой регрессии – известной процедурой регрессионного анализа [10]. Она будет достаточно эффективной для оценивания параметров модели (2), если:

- а) объекты распределены по всей сфере, пусть и неоднородно;

- б) порядок разложения, определяемый количеством точек, должен быть относительно небольшим (n меньше 15); иначе время расчетов будет резко возрастать. При однородном распределении объектов по всей сфере достаточно устранить статистически незначимые гармоники и выполнить расчеты повторно.

Прямое использование модели (2) для отдельных участков сферы (полусфера и пр.) затруднительно из-за взаимозависимости (мультиколлинеарности – эффекта МК) коэффициентов разложения. В ранних работах для описания рельефа на видимой стороне Луны использовалось "зеркальное" отображение ее объектов на обратную сторону, что, естественно, неприемлемо для описания рельефа отдельных сегментов, меньших по площади полусферы. В работе [11] предложен способ оценивания амплитуд модели (2) путем предварительного расширения сегмента до полной сферы, что позволяет полностью устранить эффект МК, после чего шумовые гармоники удаляются пошаговой регрессией.

Информационные технологии обработки данных

Для получения разложений (2) по сферическим гармоникам с целью формирования цифровой модели и определения в последующем искомым оценкам ЦФ относительно ЦМ использовалась АСНИ "СФЕРА" – автоматизированная система научных исследований [10; 11].

АСНИ "СФЕРА" предназначена для описания распределения различных характеристик (рельефа, гравитационного, магнитного и другого типа потенциальных полей) на сфере и ее участках по их значениям, измеряемым в точках с известными координатами. С помощью программного комплекса можно формировать модели вида (2), осуществлять прогнозирование в виде сечений, изолиний, тоновом и трехмерном представлении распределения значений характеристик. Формирование моделей (2) сопровождается оценкой их качества и диагностикой соблюдения условий МНК. При их нарушении применяются соответствующие методы адаптации.

Пакет АСНИ "СФЕРА" в режиме "расщепления" может быть применен для моделей больших порядков при параллельной обработке данных.

При описании потенциальных полей (аномалий силы тяжести, магнитного поля, характеристик почвы и т.д.) на участках сферы аналогом пакета АСНИ является известный пакет SURFER. Благодаря использованию разложений по сферическим функциям с расширением до полной сферы и другим описанным выше свой-

ствам применение АСНИ для участков земной поверхности позволяет обеспечить по сравнению с SURFER повышение точности описания и прогнозирования от 40% и выше.

Основные результаты

Цифровые модели рельефа для полной сферы и видимой стороны Луны

Модели рельефа получены по данным миссии КЛЕМЕНТИНА [6] и других [13; 7] и каталогов [8; 12], представленных как в виде координат объектов видимой стороны Луны, так и в виде списка координат объектов, расположенных по всей сфере. В последнем случае объекты вне зоны каталогов [8; 12] брались из списков [6; 7; 13].

Ниже в таблице приведены значения нормированных коэффициентов разложения первого порядка, полученные в УЛГТУ для девяти источников гипсометрической информации и их стандартные среднеквадратичные ошибки (СКО).

В первом столбце даются значения порядка n и степени m разложения (2). В столбцах 2, 3 приведены оценки амплитуд C_{nm} , S_{nm} для проекта КЛЕМЕНТИНА (первой версии данных) [6] для порядка разложения $N=40$ и их соответствующие СКО; в столбцах 4, 5 – для казанского каталога последней версии [8] при $N=5$; в столбцах 6, 7 – для расширенного варианта киевского каталога [12] при $N=5$; в столбцах 8, 9 и 10, 11 – для казанского и киевского каталога при $N=5$ с добавлением недостающей информации по остальной части сферы из списка КЛЕМЕНТИНА; в столбцах 12, 13 и 14, 15 – аналогично с добавлением информации из списка ULCN 2005; в столбцах 16, 17 и 18, 19 – с добавлением информации из списка KAGUYA (см. ссылки ниже). В строке "0, 0" размещены поправки к принятому среднему радиусу Луны (\bar{C}_{00}).

Таблица 1.

Нормированные коэффициенты первого порядка разложения функции рельефа Луны для девяти источников гипсометрической информации, км

n, m	КЛЕМЕНТИНА		Казань		Киев			
	\bar{C}	\bar{S}	σ_c	σ_s	\bar{C}	\bar{S}	σ_c	σ_s
1	2	3	4	5	6	7		
0,0	-0,83		-1,77		-0,68			
1,0	-0,37	$\pm 0,01$	0,23	$\pm 0,03$	0,10	$\pm 0,02$		
1,1	-1,04 - 0,43	$\pm 0,01$ $\pm 0,01$	-0,16 0,48	$\pm 0,04$ $\pm 0,03$	0,08 0,27	$\pm 0,02$ $\pm 0,01$		

n, m	Казань + КЛЕМЕНТИНА		Киев + КЛЕМЕНТИНА		Казань + ULCN 2005			
	\bar{C}	\bar{S}	σ_c	σ_s	\bar{C}	\bar{S}	σ_c	σ_s
1	8	9	10	11	12	13		
0,0	-0,95		-0,65		-0,91			
1,0	0,09	$\pm 0,01$	0,20	$\pm 0,01$	0,08	$\pm 0,01$		
1,1	-0,82 - 0,40	$\pm 0,02$ $\pm 0,01$	-0,50 - 0,42	$\pm 0,01$ $\pm 0,01$	-0,83 -0,37	$\pm 0,01$ $\pm 0,01$		

n, m	Киев + ULCN 2005		Казань + KAGUYA		Киев + KAGUYA			
	\bar{C}	\bar{S}	σ_c	σ_s	\bar{C}	\bar{S}	σ_c	σ_s
1	14	15	16	17	18	19		
0,0	-0,62		-1,13		-0,76			
1,0	0,24	$\pm 0,01$	0,11	$\pm 0,01$	0,22	$\pm 0,01$		
1,1	-0,48 - 0,34	$\pm 0,01$ $\pm 0,01$	-0,77 - 0,37	$\pm 0,02$ $\pm 0,03$	-0,39 -0,41	$\pm 0,01$ $\pm 0,01$		

Представляет интерес сравнить вычисленные амплитуды гармоник как с ранними результатами [4; 5], так и с последними, полученными с уточнением первой версии данных проекта КЛЕМЕНТИНА [13] в виде ULCN 2005 (Unified Lunar Control Network) и по данным проекта KAGUYA [7].

Наполнение таблицы 2 аналогично таблице 1. Информация по амплитудам гармоник дана из авторских источников. В строке "0, 0" размещены скорректированные радиусы; в остальном – разъяснения те же, что и для таблицы 1.

Таблица 2.

Коэффициенты разложения для четырех источников, км

n, m	ГАИШ	Bills, Ferrari	ULCN	KAGUYA
	\bar{C}	\bar{S}	\bar{C}	\bar{S}
1	2	3	4	5
0,0	1737,7	1737,53	1737,03	1737,16
1,0	-1,18	-0,37	0,15	0,14
1,1	-1,17 -0,04	-1,05 -0,26	-0,99 -0,42	-1,02 -0,45

Амплитуды гармоник в столбце 2 [4] получены при $N=8$; в столбце 3 [5] – при $N=12$; в столбце 4 [13] – при $N=359$; в столбце 5 [7] – при $N=180$. Значения СКО не приводятся.

Взаимное положение центров фигуры и масс Луны

По соотношениям (1) и данным таблиц 1, 2 получены координаты центра фигуры относительно центра масс (таблицы 3, 4).

Таблица 3.

Координаты центра фигуры Луны относительно центра масс для девяти источников гипсометрической информации, км

	КЛЕМЕНТИНА	Казань	Киев	Казань + КЛЕМЕНТИНА	Киев + КЛЕМЕНТИНА
$\Delta\xi$	-1,80	-0,28	0,14	-1,42	-0,87
$\Delta\eta$	-0,74	0,83	0,47	-0,69	-0,73
$\Delta\zeta$	-0,64	0,40	0,17	0,16	0,35

	Казань + ULCN 2005	Киев + ULCN 2005	Казань + KAGUYA	Киев + KAGUYA
$\Delta\xi$	-1,43	-0,83	-1,33	-0,68
$\Delta\eta$	-0,64	-0,59	-0,64	-0,71
$\Delta\zeta$	0,14	0,42	0,19	0,38

Для получения СКО смещений ошибки амплитуд в таблице 1 умножаются на $\sqrt{3}$.

Таблица 4.

Координаты центра фигуры Луны относительно ее центра масс для четырех источников, км

	ГАИШ	Bills, Ferrari	ULCN 2005	KAGUYA
$\Delta\xi$	-2,03	-1,82	-1,71	-1,77
$\Delta\eta$	0,07	-0,45	-0,73	-0,78
$\Delta\zeta$	-2,04	-0,64	0,26	0,24

Заключение

Судя по данным таблиц 3, 4, казанский каталог [8] для видимой стороны Луны, приведенный к центру масс и к главным осям инерции Луны, при совместном использовании объектов вне зоны ее охвата из списка КЛЕМЕНТИНА имеет наиболее близкое согласие с результатами последних космических миссий.

Коррекция первых измерений миссии КЛЕМЕНТИНА, выполненная авторами ULCN 2005, по-видимому, имела отношение к данным на видимой стороне Луны, так как амплитуды и смещения для варианта (Казань + КЛЕМЕНТИНА; таблицы 1, 3) близки к результатам ULCN (таблицы 2, 4), а не к КЛЕМЕНТИНЕ.

1. Липский Ю.Н., Никонов В.А., Скобелева Т.П. Единая система селенодезических координат из девяти каталогов на видимом полушарии Луны. – М.: Наука, 1973. – 384 с.
2. Sjogren W.L., Wollenhaupt W.R. Lunar shape via the Apollo laser altimeter. – Sci. – 1973. – Vol.179. – №4070. – P.275-278.
3. Сагитов М.У. Лунная гравиметрия. – М.: Наука, 1979. – 432 с.
4. Чуйкова Н.А. // Астрон. ж. – 1975. – №6. – Т.52. – С.1279-1292.
5. Bills B.G., Ferrari A.J. Icarus. – 1977. – 31. – P.244-259.
6. Smith D.E. Geophys. Res. – 1997. – Vol.102. – P.1591.
7. Araki H. Science. – 2009. – Vol.323. – P.897-900.
8. Валеев С.Г., Нефедьев Ю.А., Вараксина Н.Ю. Построение глобальной селеноцентрической опорной координатной системы // Изв. ГАО РАН. – 2010. – №219. – Т.4. – С.57-61.
9. Валеев С.Г., Нефедьев Ю.А., Шарафутдинов И.М., Кутленков М.В. Стрoение единой селеноцентрической системы координат в системе центра масс и главных осей инерции Луны // Изв. Крымской Астрофиз. Обс. – 2009. 104. – №6. – С.212-216.
10. Валеев С.Г. Регрессионное моделирование при обработке наблюдений. – М.: Наука, – 272 с.
11. Валеев С.Г., Самохвалов К.М. // Международная конференция "Околoземная астрономия – 2005", 19-24 сентября 2005. Казань. – 2006. – С.373-375.
12. Гаврилов И.В., Кислюк В.С., Дума А.С. Сводная система селенодезических координат 4900 точек лунной поверхности. – Киев: Наукова думка, 1977.
13. Archinal B.A., Rosiek M.R., Kirk R.L., Redding B.L. The Unified Lunar Control Network 2005. – Reston, Virginia: U.S. Geological Survey. – 2006.

A NEW METHOD OF DETERMINING THE POSITION OF CENTRE OF MASS OF THE MOON

Y.A.Nefed'ev, N.Y.Varaksina, S.G.Valeev, N.G.Rizvanov, R.R.Mikeev

This paper presents a new method for determining the position of centre of mass of the Moon relative to its centre of a figure based on the direct use of lunar catalog Kazan-1162, built in the center of mass and principal axes of inertia of the Moon. The coordinates of the identifiable objects are located in this directory approximately uniformly over the entire surface of the Moon. As a result, the authors found out that

Kazan directory for the visible side of the Moon, cast to the center of mass and principal axes of inertia of the Moon, the sharing of objects outside its scope from the list of space missions "Clementine", correlate closely with the results of recent research in this area.

Key words: center of the figure, the center of mass estimation method, space missions, catalog.

* * * * *

Нефедьев Юрий Анатольевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета.

E-mail: star1955@mail.ru

Вараксина Наталья Юрьевна – аспирант кафедры теоретической физики Татарского государственного гуманитарно-педагогического университета.

E-mail: vnu_357@mail.ru

Валеев Султан Галимзянович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и информатики Ульяновского государственного технического университета.

E-mail: sgv@ulstu.ru

Ризванов Науфаль Гаязович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом фотографической астрометрии Казанского (Приволжского) федерального университета.

E-mail: sky0606@mail.ru

Микеев Руслан Раилевич – аспирант, программист кафедры прикладной математики и информатики Ульяновского государственного технического университета.

E-mail: AMEEKEY@gmail.com

Поступила в редакцию 19.01.2011